

Übungsblatt 8

für das Tutorium am 31.05.2013

22. Orthogonalität der Legendrepolynome

Verwende die Formel von Rodriguez (siehe Beispiel 21) um zu zeigen

$$\int_{-1}^1 P_m(x)P_n(x)dx = \frac{2}{2n+1}\delta_{mn}. \quad (1)$$

Hinweis:

$$\int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n dx = \frac{(-1)^n (n!)^2 2^{1+2n}}{(2n+1)!} \quad (2)$$

23. Geladene Kugel

Auf einer Kugel mit Radius R befinde sich eine winkelabhängige Oberflächenladungsdichte $\sigma(\theta)$.

- Berechne das elektrostatische Potential für $\sigma(\theta) = \sigma_0 \cos^2 \theta$, wobei σ_0 konstant ist.
- Berechne das elektrostatische Potential für $\sigma(\theta) = \sigma_0 \sin^2 \theta$.

Anleitung: Mache einen passenden Ansatz für das Potential und verwende die Resultate aus Beispiel 21b.

24. Geladene Zylinderschalen

Eine in z -Richtung unendlich ausgedehnten Zylinderoberfläche mit Radius R habe eine Oberflächenladungsdichte $\sigma(\varphi) = +\sigma_0$ auf der rechten Hälfte des Zylinders ($0 \leq \varphi < \pi/2$ und $3\pi/2 < \varphi \leq 2\pi$) und $\sigma(\varphi) = -\sigma_0$ auf der linken Hälfte ($\pi/2 < \varphi < 3\pi/2$). Berechne das elektrostatische Potential.

25. Laplacegleichung in zwei Dimensionen

Betrachte die Funktion $F(z) = iC \ln z$ mit $z = x + iy$ und $C \in \mathbb{R}$.

- Sei $\text{Im}F$ die Potentialfunktion. Was sind die Äquipotentialen und die elektrischen Feldlinien? Was ist die Ladungsverteilung?
- Welches Randwertproblem wird gelöst, wenn man $\text{Re}F$ als das Potential nimmt?

Ankreuzbar: 22, 23ab, 24, 25a, 25b