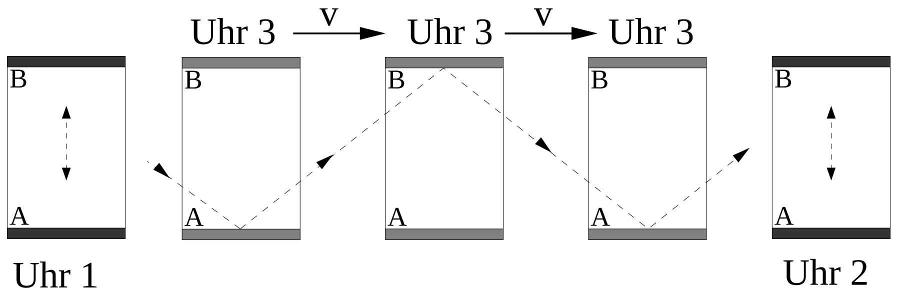
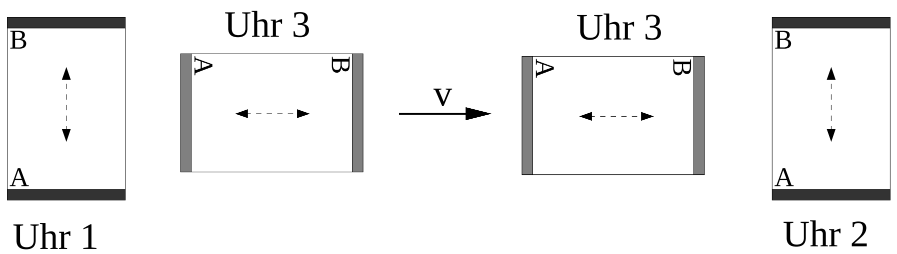
1. Tutorium **für 07.03.2014**

1.1 Zeitdilatation und Längenkontraktion

a) Zwischen zwei parallelen Spiegeln A und B mit Abstand L bewege sich ein Lichtblitz hin und her. Diese „Uhr“ ticke bei jedem Auftreffen des Lichtblitzes auf den Spiegel A, was durch einen Zähler registriert werde. Es seien nun zwei solcher Uhren synchronisiert und in einem festen Abstand voneinander aufgestellt. Eine dritte bewege sich dazu mit der konstanten Relativgeschwindigkeit v wie im Bild dargestellt. Berechne mit Hilfe geometrischer Überlegungen den Faktor, um den die bewegte Uhr langsamer geht als die beiden ruhenden.



b) Es sei der Versuchsaufbau wie in Teil (a) gegeben mit dem Unterschied, dass nun die sich bewegende dritte Uhr um 90° so gedreht ist, dass die Bewegungsrichtung der Uhr parallel zum Laufweg des Lichtblitzes in ihrem Innern ist.
Um welchen Faktor muss der Abstand der beiden Spiegel der bewegten dritten Uhr *verringert* werden, damit sie um den in Teil (a) berechneten Faktor langsamer geht?



Anmerkung: Auch hier reichen zur Berechnung einfache geometrische Überlegungen zu den Laufstrecken des Lichtblitzes in der bewegten dritten Uhr aus.

1.2 Minkowski-Diagramm

a) Gegeben sei die Bahnkurve $x(t)$ eines Teilchens durch die implizite Gleichung $s^2 = \alpha^2 t^2 - x^2$ mit $s^2 < 0$. Für welche Werte von α bleibt das Teilchen stets unterhalb der Lichtgeschwindigkeit?
b) Skizziere die Bahnkurve in einem Minkowski-Diagramm für verschiedene Werte von $s^2 < 0$ und α. Zeichne ein, wo die Lichtgeschwindigkeit übertreten wird.

1.3 Vierervektoren

Gegeben seien Lorentztransformation in x-Richtung $\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)$, in z-Richtung $\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')$, sowie Drehungen $D^\mu{}_\nu(\alpha)$ und $D'^\mu{}_\nu(\alpha')$ um die x- und z-Achse:

$$(\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)) = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta)) = \begin{pmatrix} \gamma' & 0 & 0 & -\beta'\gamma' \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta'\gamma' & 0 & 0 & \gamma' \end{pmatrix},$$

$$(D^\mu{}_\nu(\alpha)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}, \quad (D'^\mu{}_\nu(\alpha')) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha' & -\sin\alpha' & 0 \\ 0 & \sin\alpha' & \cos\alpha' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Zeige, dass im Allgemeinen Lorentztransformationen in x- und z-Richtung nicht kommutieren.
b) Zeige, dass im Allgemeinen die Lorentztransformation in x-Richtung nicht mit einer Drehung um die z-Achse kommutiert.
c) Kommutieren im Allgemeinen Elemente der Drehgruppe SO(3)?
d) Kommutieren im Allgemeinen Elemente der Drehgruppe SO(2)?
e) Um welche Achse müsste man eine Drehung ansetzen, damit diese stets mit einer Lorentztransformation in x-Richtung kommutiert?

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2ab, 3ab, 3c-e