

4. Tutorium

für 28.03.2014

4.1 Viererkraft

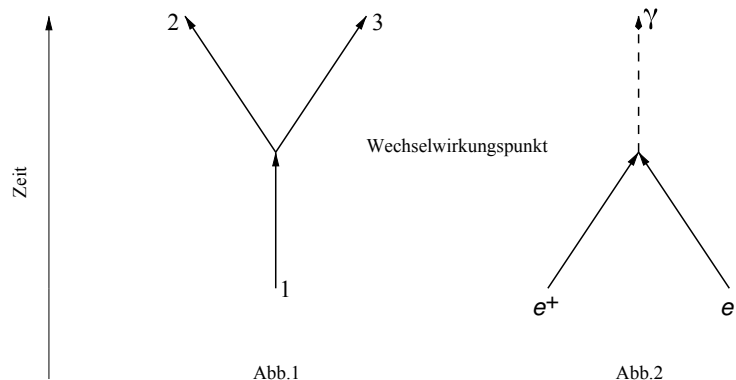
a) Ein Bezugssystem S' bewege sich relativ zu einem Bezugssystem S mit der Geschwindigkeit V in x -Richtung. Verwende das Transformationsgesetz der Vierergeschwindigkeit (Dreiergeschwindigkeiten \vec{v}, \vec{v}') um zu zeigen dass gilt:

$$\frac{\gamma(v')}{\gamma(v)} = \gamma(V) \left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)$$

b) Leite mithilfe des Transformationsgesetzes der Viererkraft unter Verwendung des Resultats von (a) das Transformationsgesetz der Dreierkraft her.

4.2 Zerfalls- und Streuprozesse

Bei Zerfalls- und Stoßprozessen von Elementarteilchen ist der Gesamtviereimpuls vor und nach dem Prozess derselbe. Das entspricht der Erhaltung von Gesamtenergie und Gesamtimpuls. Betrachte einen Zerfallsprozess (Abb.1) und einen Paarvernichtungsprozess von einem Elektron und einem Positron unter Abstrahlung eines Photons (Abb.2) wie folgt:



a) Zeige, dass der Zerfallsprozess in Abb.1 nur möglich ist, wenn für die Ruhemassen m_1, m_2, m_3 der Teilchen gilt: $m_1 \geq m_2 + m_3$.

b) Sei $m_1 \geq m_2 + m_3$. Berechne die kinetischen Energien der Zerfallsprodukte 2, 3 in Abb.1 im Inertialsystem wo Teilchen 1 ruht.

- c) Betrachte den Zerfallsprozess $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$ eines Kaons in zwei Pionen mit den Ruhemassen¹ $m_{K^+} = 493.7 \text{ MeV}/c^2$, $m_{\pi^+} = 139.6 \text{ MeV}/c^2$ und $m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2$ und berechne die kinetischen Energien der Zerfallsprodukte.
- d) Zeige, dass der Paarvernichtungsprozess in Abb.2 nicht möglich ist.

4.3 Relativistischer Ruck

Der Ruck (engl. „jerk“) ist definiert als die Ableitung der Beschleunigung nach der Zeit: $\vec{j} = d\vec{a}/dt$. Analog zur Vierergeschwindigkeit $u^\mu = dx^\mu/d\tau$ und zur Viererbeschleunigung $a^\mu = du^\mu/d\tau$ könnte man einen Viererruck² wie folgt definieren:

$$j^\mu = \frac{da^\mu}{d\tau}.$$

- a) Berechne die (Dreier-)komponenten des Viererrucks j^μ . Drücke das Ergebnis durch Dreiergeschwindigkeit, Dreierbeschleunigung, und Dreierruck aus.
- b) Zeige, dass der Viererruck im momentanen Ruhesystem ($\vec{v} = 0$) nicht raumartig sein muss.
- c) Zeige, dass sich ein sinnvoller, relativistischer Viererruck, für den allgemein $J^\mu u_\mu = 0$ gilt (und der somit wie die Viererbeschleunigung im momentanen Ruhesystem immer raumartig ist), wie folgt definieren lässt:

$$J^\mu \equiv j^\mu + \alpha a^\nu a_\nu u^\mu.$$

Wie muss der Parameter α dabei gewählt werden?

Hinweis: der Parameter α lässt sich mit dem richtigen Ansatz sehr elegant kovariant in Vierervektoren bestimmen. Eine explizite Rechnung mit Dreierkomponenten ist nicht notwendig (aber ebenfalls möglich).

Ankreuzbar: 1ab, 2abc, 2d, 3a, 3bc

¹Ein Elektronvolt ist die Standardenergieeinheit in der Hochenergiephysik: $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$.

²Der Viererruck soll nicht mit dem Viererstrom j^μ verwechselt werden.