

6. Tutorium

für 11.04.2014

6.1 Vektorfelder

a) Zeichne folgende Vektorfelder in der x/y -Ebene an den Schnittpunkten von $x = 1, 2, 3$ und $y = 1, 2, 3$ (also 9 Vektoren)

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{y}{2} \\ \frac{x}{2} - 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{x}{2} - 1 \\ \frac{y}{2} - 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und berechne die Rotation und die Divergenz für beide Felder.

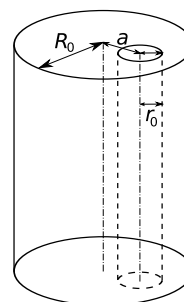
b) Schreibe das wirbelfreie Feld als Gradient eines Skalarfeldes $\phi(x, y, z)$. Ist ϕ eindeutig gegeben? Wie schaut die allgemeine Lösung aus?

c) Schreibe das divergenzfreie Feld als Rotation eines Vektorfeldes \vec{A} . Suche eine Lösung $\vec{A}_1 = (0, 0, ?)$ bei der die x - und y -Komponenten verschwinden. Suche eine weitere Lösung $\vec{A}_2 = (?, ?, 0)$ bei der die z -Komponente verschwindet. Wie lautet die Rotation der Differenz der beiden Lösungen $\text{rot}(\vec{A}_1 - \vec{A}_2)$? Wie könnte man daher die allgemeine Lösung für \vec{A} anschreiben?

6.2 Zylinder mit exzentrischer Längsbohrung

a) Gegeben sei ein unendlich langer Zylinder mit Radius R_0 mit homogener Raumladungsdichte ρ_0 . Berechne das elektrostatische Potential $\phi(\vec{r})$ und das davon abgeleitete elektrostatische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im Inneren und Äußeren des Zylinders durch Lösen der Poisson-Gleichung¹ $\Delta\phi(\vec{r}) = -4\pi\rho(\vec{r})$. Das Potential kann hierbei so gewählt werden, dass es entlang der Zylinderachse endlich ist. Weitere Integrationskonstanten sind geeignet zu wählen, dass das Resultat *jeder* Integration im gesamten Raum stetig ist.

b) In diesen unendlich langen Zylinder wird nun ein unendlich langes achsenparalleles aber exzentrisches Loch mit Radius r_0 gebohrt (siehe nebenstehende Skizze). Der Abstand der Achse des Zylinders zur Achse der Bohrung sei a , wobei $a + r_0 < R_0$

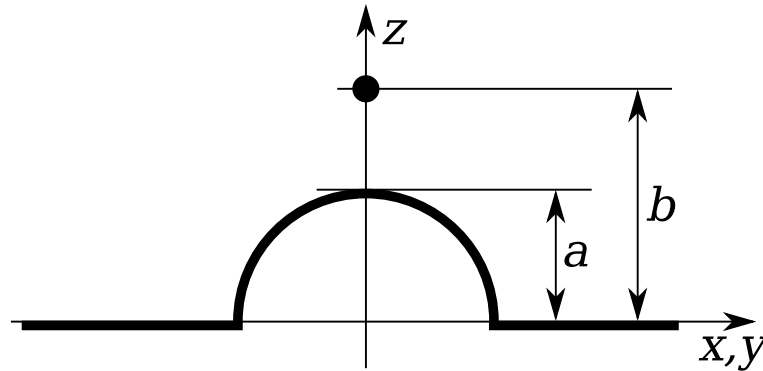


¹ Δ und $\vec{\nabla}$ in Zylinderkoordinaten finden sich beispielsweise in Anhang A des Vorlesungsskriptums von Prof. Nowotny.

gelte (d.h., die Bohrung befindet sich zur Gänze innerhalb des Zylinders). Berechne für den (ladungsfreien) Innenraum der Bohrung das elektrostatische Potential und das elektrostatische Feld.

6.3 Leitende Ebene mit kugelförmiger Ausbuchtung

Eine unendlich ausgedehnte geerdete leitende Platte habe eine Ausbuchtung in Form einer Halbkugel mit Radius a . Eine Punktladung q werde auf die Symmetrieachse des Systems im Abstand $b > a$ vom Mittelpunkt der Halbkugel angebracht. Berechne mit Hilfe der Methode der Bildladungen das Potential ϕ sowie die auf der Halbkugel influenzierte Gesamtladung.



Ankreuzbar: 1ab, 1c, 2a, 2b, 3