

9. Tutorium

für 23.05.2014

9.1 Kreisförmige Plattenkondensatoren

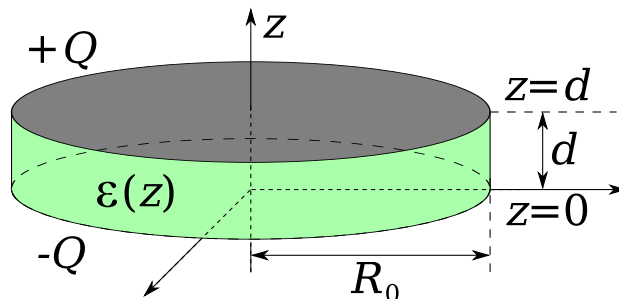
Gegeben sei eine Anordnung von zwei unendlich dünnen parallelen kreisförmigen Metallplatten mit Radius R_0 , Abstand $d \ll R_0$ und den freien Gesamtladungen $+Q$ bzw. $-Q$ (siehe Abbildung). Der Raum zwischen den Platten sei mit einem Dielektrikum gefüllt, dessen Dielektrizitätskonstante gemäß

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 - \Delta\epsilon \frac{z}{d}$$

vom Ort abhängt ($0 < \Delta\epsilon < \epsilon_0$).

a) Berechne die elektrische Feldstärke \vec{E} , das Polarisationsfeld \vec{P} und das Verschiebungsfeld \vec{D} im Dielektrikum.

b) Berechne die Flächenladungsdichten freier Ladungen und Polarisationsladungen bei $z = d$ und $z = 0$ sowie die Polarisations-Raumladungsdichte im Dielektrikum.



9.2 Kugelförmiger Elektret

Ein elektrisch *permanent* polarisierter kugelförmiger Isolator (Elektret¹) mit dem Radius a und dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung besitzt die Polarisation

$$\vec{P}(\vec{r}) = P_0 \frac{r}{a} \vec{e}_r, \quad P_0 > 0$$

(r, ϑ, φ Kugelkoordinaten).

¹Siehe z.B. Wikipedia: <http://de.wikipedia.org/wiki/Elektret>

- a) Berechne die Polarisations-Volumsladungsdichte ρ_P im Inneren der Kugel und die Polarisations-Flächenladungsdichte σ_P auf der Kugeloberfläche sowie die Gesamtladung der Kugel.
- b) Berechne im gesamten Raum das von der polarisierten Kugel verursachte \vec{E} -Feld. Gib ferner für den gesamten Raum das zugehörige \vec{D} -Feld an und kommentiere das Ergebnis für \vec{D} .

9.3 Hohlraum in Dielektrikum

- a) Ein allseitig unendlich ausgedehntes Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ sei homogen polarisiert mit Polarisation \vec{P}_0 . Welche Feldstärke \vec{E}_0 herrscht dann im Dielektrikum?
- b) In dem polarisierten Dielektrikum werde ein kugelförmiger Hohlraum mit Radius a erzeugt. Schreibe für das Potential ϕ und die Feldstärke \vec{E} die im Innen- und Außenraum der Kugel geltenden Feldgleichungen an. Welche Stetigkeits- bzw. Randbedingungen müssen ϕ und \vec{E} auf der Kugeloberfläche und im Unendlichen erfüllen?
- c) Zeige durch Lösen der Feldgleichungen, dass für die elektrische Feldstärke im Hohlraum

$$\vec{E} = \frac{12\pi\epsilon}{(2\epsilon + 1)(\epsilon - 1)} \vec{P}_0$$

gilt. Ist der Betrag dieser Feldstärke kleiner oder größer als jener von \vec{E}_0 , d.h. hat die Feldstärke durch Erzeugen des Hohlraumes in diesem Raumbereich ab- oder zugenommen?
 (Anleitung: Wähle den Kugelmittelpunkt als Koordinatenursprung und die Richtung von \vec{P}_0 als z -Richtung.)

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2ab, 3ab, 3c