

# Übungsblatt 1

für das Tutorium am 13.03.2015

## 1. Indexgymnastik

- (a) Zeige, dass das Vektorprodukt nicht assoziativ ist.
- (b) Berechne Divergenz und Rotation von  $\vec{a} \times \vec{b}$ , wobei  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  Vektorfelder sind, die von  $\vec{r} = x_i$  abhängen.
- (c) Sei  $\vec{r} = x_i$ ,  $r = (x_i x_i)^{\frac{1}{2}}$  und  $\vec{r}' \neq \vec{r}$ . Berechne die Divergenz von  $\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$ .
- (d) Berechne  $(\vec{a} \cdot \vec{\nabla}) (\vec{r} f(r))$ , wobei die skalare Funktion  $f$  nur von  $r$  abhängt.

## 2. Satz von Gauß

Gegeben sei ein Vektorfeld  $\vec{F} = (x^3, -y, z)^T$ . Verifiziere die Gültigkeit des Gauß'schen Integralsatzes am Beispiel eines Zylinders mit Höhe  $H$  und Radius  $R$ . Der Zylinder sei konzentrisch zur  $z$ -Achse ausgerichtet, die Unterseite sei an  $z = 0$ .

- (a) Berechne  $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV$ .
- (b) Berechne  $\oint_{S=\partial V} \vec{F} \cdot d\vec{A}$ .

## 3. Satz von Stokes

Verifiziere den Satz von Stokes für ein Vektorfeld  $\vec{F} = (x^2 + y^2, y, z^2)^T$  und eine Fläche  $S$ , definiert durch ein Rotationsparaboloid, gegeben durch

$$z = R^2 - x^2 - y^2 \quad z \geq 0 \quad R \geq 0. \quad (1)$$

- (a) Berechne  $\oint_{C=\partial S} \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$ .
- (b) Berechne  $\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) d\vec{A}$ .

Ankreuzbar: 1ab, 1cd, 2a, 2b, 3ab