1. Tutorium - Resultate **11.03.2016**

1.1 Index-Schreibweise

a) Divergenz: $\partial_i v^i(x^m) = 3g(x^m x^m) + 2x^i x^i g'(x^m x^m)$.
Rotation: $\varepsilon_{ijk}\partial_j v^k(x^m) = 0$.
$F(x^m) = \frac{1}{2}f(x^m x^m)$.
b) Bedingung: $f'(x)u(y) = g(x)v'(y)$.
$v^i(x^m) = \partial_i(\alpha f(x)v(y) + c)$ mit $\alpha f'(x) = g(x)$ und $\alpha v'(y) = u(y)$ und c konstant.

1.2 Vektorfelder

a)

$$\text{rot}\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{div}\vec{B} = 0, \quad \text{rot}\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{div}\vec{E} = 1.$$

b)
$\vec{E} = (-)\text{grad}\phi$ mit $(-)\phi = \frac{x^2}{4} - x + \frac{y^2}{4} - y + c$ mit beliebiger (Integrations-)Konstante c.
c)

$$\vec{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ y - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4} + x \end{pmatrix}$$

$$\vec{A}_2 = \begin{pmatrix} z\left(\frac{x}{2} - 1\right) \\ -z\left(1 - \frac{y}{2}\right) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Allgemeine Lösung: $\vec{A} = \vec{A}_1 + \text{grad}\phi_1$ oder $\vec{A} = \vec{A}_2 + \text{grad}\phi_2$ für allgemeine Funktionen $\phi_{1,2} = \phi_{1,2}(x, y, z)$.

1.3 Divergenz

a) $\partial_i F^i = p^i p^i$.
b) Würfelfläche S_1 bei $x = \frac{r}{2}$:

$$S_1 = \oint_{S_1} \vec{F} \cdot d\vec{A} = \frac{p_x^2 r^3}{2}.$$

Über alle Flächen erhält man:

$$S = \vec{p}^2 r^3$$

c) Wir rechnen in Kugelkoordinaten.Wahl der Richtung von $\vec{p}$ in z-Richtung führt zu

$$S = \frac{4\pi}{3} p_z^2 r^3.$$