

5. Tutorium

für 29.04.2016

5.1 Punktladung

Eine Punktladung mit Ladung q befindet sich an der Stelle $x = y = 0$, $z = a > 0$.

a) Schreibe die Ladungsverteilung $\rho(x^i)$ mit Hilfe von δ -Funktionen an, und bestimme das Potential $V(x^i)$ und das elektrische Feld $E^i(x^j)$ in kartesischen Koordinaten.

b) Berechne Rotation und Divergenz des elektrischen Feldes. Erhält man aus der Divergenz wieder die ursprüngliche Ladungsverteilung? (Hinweis: In der Nähe der Punktladung soll der gaußsche Integralsatz angewendet werden.)

c) Gib das Potential $V = V(r, \theta, \varphi)$ in Kugelkoordinaten an (die üblichen Kugelkoordinaten um den Ursprung) und berechne das davon abgeleitete elektrische Feld $E^i = E_r e_r^i + E_\theta e_\theta^i + E_\varphi e_\varphi^i$ unter Verwendung des Gradienten in Kugelkoordinaten. Überprüfe das Ergebnis mit dem Ausdruck für $E^i(x^j)$ in kartesischen Koordinaten.

5.2 Maxwellscher Spannungstensor

Eine ruhende Punktladung q befinde sich in einem homogenen elektrostatischen Feld $E_{(\text{ex})}^i$, welches von Quellen im Unendlichen erzeugt wird. Nach dem Kraftgesetz von Lorentz wirkt dann auf die Punktladung die Kraft $F^i = qE_{(\text{ex})}^i$. Leite diese Formel für die Kraft auf die Punktladung mit Hilfe des Maxwellschen Spannungstensors her.

Anleitung: Wähle den Ort der Punktladung als Ursprung und die Richtung von $E_{(\text{ex})}^i$ als z -Richtung. Beachte, dass in den Maxwellschen Spannungstensor die Komponenten des Gesamtfeldes eingehen! Wähle als geschlossene Oberfläche eine Kugel mit Radius r um den Ursprung.

5.3 Geladene Stäbe

a) Ein unendlich langer dünner zylindrischer Stab liege entlang der z -Achse und trage pro Längeneinheit die elektrische Ladung τ . Berechne das elektrische Feld $E^i(x^j)$ und das elektrostatische Potential $V(x^i)$ des Stabes.

b) Betrachte nun zwei unendlich lange dünne Stäbe parallel zur z -Achse mit Abstand $2b$, welche entgegengesetzt gleiche Ladung vom Betrag τ pro Längeneinheit haben. Berechne das elektrostatische Potential und das elektrische Feld dieser Konfiguration.

Ankreuzbar: 1ab, 1c, 2, 3a, 3b