5. Tutorium - Resultate **29.04.2016**

5.1 Punktladung

a) $\rho(\vec{r}) = q\delta(x)\delta(y)\delta(z-a)$.
$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{x^2+y^2+(z-a)^2}}$.
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x^2+y^2+(z-a)^2)^{3/2}}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z-a \end{pmatrix}$.
b) Für $(x,y,z) \neq (0,0,a)$ gilt:
$\operatorname{rot}\vec{E} = 0$,
$\operatorname{div}\vec{E} = 0$.
Um die Ladung herum verwendet man den gaußschen Integralsatz:
$\int_V \operatorname{div}\vec{E}d^3r = \int_{\partial V}\vec{E}d^2\vec{f} = \frac{q}{\epsilon_0}$.
Für die Rotation erhält man 0.
c) $V(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{\sqrt{r^2+a^2-2ar\cos\theta}}$
$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}q\left(\vec{e}_r\frac{r-a\cos\theta}{(r^2+a^2-2ar\cos\theta)^{3/2}} + \vec{e}_\theta\frac{a\sin\theta}{(r^2+a^2-2ar\cos\theta)^{3/2}} + \vec{e}_\varphi 0\right)$.

5.2 Maxwellscher Spannungstensor

Gesamtfeld: $E_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qx_i}{r^3} + E^{(\mathrm{ex})}\delta_{i3}$.
$F_j = \oint_{\partial V}(\mathrm{d}^2\vec{f})_i T_{ij}$ mit $T_{ij} = \epsilon_0\left(E_iE_j - \frac{1}{2}\delta_{ij}E^2\right)$.
$F_j = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}qE^{(\mathrm{ex})}\delta_{j3}\epsilon_0\int_{4\pi}\mathrm{d}\Omega = qE^{(\mathrm{ex})}\delta_{j3}$, oder $\vec{F} = q\vec{E}^{(\mathrm{ex})}$.

5.3 Geladene Stäbe

a)$\rho(\vec{r}) = \tau\delta(x)\delta(y)$
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}, 0\right)$
$V(\vec{r}) = -\frac{\tau}{4\pi\epsilon_0}\ln(x^2+y^2)$
b) $V(\vec{r}) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0}\ln\frac{(x+b)^2+y^2}{(x-b)^2+y^2}$
$\vec{E}(\vec{r}) = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0}\left(\frac{x+b}{(x+b)^2+y^2}, \frac{y}{(x+b)^2+y^2}, 0\right)$