

6. Tutoriumfür **06.05.2016****6.1 Elektrische Feldenergie**

Für die elektrostatische Energie W einer Ladungsverteilung $\rho(x^i)$ gelten die beiden äquivalenten Gleichungen

$$U = \frac{1}{2} \int d^3x \rho(x^i) V(x^i) = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \int d^3x \int d^3x' \frac{\rho(x^i)\rho(x'^i)}{|x^i - x'^i|}, \quad (1)$$

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \int d^3x |E^i(x^j)|^2. \quad (2)$$

Berechne die elektrostatische Energie für eine Kugel bei der die Ladung gleichmässig auf der Oberfläche verteilt ist (Radius R , Gesamtladung Q , Flächenladungsdichte σ_0).

- Bestimme die Ladungsdichte $\rho(x^i)$, das elektrostatische Potential $V(x^i)$ und das elektrische Feld $E^i(x^j)$.
- Überprüfe, dass die Randbedingungen des elektrischen Feldes bei $r = R$ erfüllt sind.
- Berechne die Feldenergie mit Gleichung (1) und mit Gleichung (2).

6.2 Multipolmomente eines Kreuzes

Linienladungen mit Ladungsdichte λ seien in der Form eines Kreuzes platziert. Eine Linienladung gehe von $(-a, 0, 0)$ bis $(a, 0, 0)$, die zweite von $(0, -b, 0)$ bis $(0, b, 0)$.

- Bestimme die Gesamtladungsdichte $\rho(x^i)$ der Konfiguration.
- Berechne die Dipol- und Quadrupolmomente in kartesischen Koordinaten.
- Berechne die ersten zwei Terme in der Multipolentwicklung des Potentials $V(0, 0, z)$ für $|z| \gg a, b$.
- Berechne die ersten zwei Terme in der Multipolentwicklung des elektrischen Feldes $E^i(0, 0, z)$.

6.3 Punktdipol und Punktladung

Ein Punktdipol $p^i = pe_z^i$ befinde sich am Koordinatenursprung. Eine Punktladung q befinde sich an $x_1^i = (x_1, 0, 0)$.

- Berechne die Kraft, die das Feld des Dipols auf die Ladung ausübt. Welche Kraft wirkt auf den Dipol?

- b) Wieviel Arbeit benötigt man um die Ladung von $x_1^i = (x_1, 0, 0)$ ins Unendliche (in x -Richtung) zu verschieben, wenn der Dipol im Ursprung festgehalten wird. Wieviel Arbeit benötigt man um den Dipol bei festgehaltener Punktladung ins Unendliche zu verschieben?
- c) Wir bewegen nun die Punktladung nach $x_2^i = (x_2, y_2, z_2)$. Wieviel Arbeit ist nötig um die Ladung dorthin zu bewegen? Welche Kraft wirkt auf die Punktladung an x_2^i ?
-

Ankreuzbar: 1ab, 1c, 2ab, 2cd, 3abc