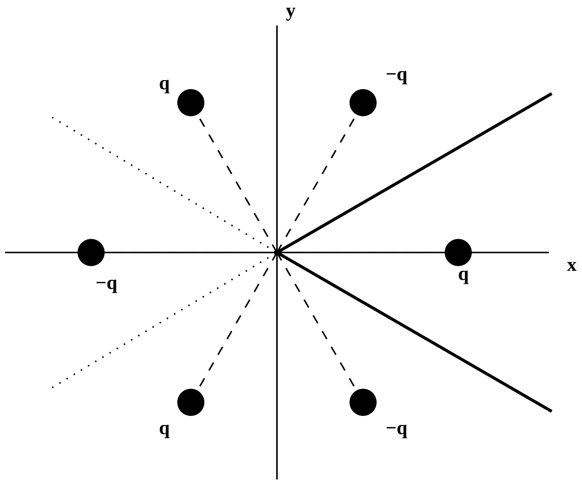
7. Tutorium - Resultate **13.05.2016**

7.1 Punktladung zwischen gewinkelten Leiterebenen

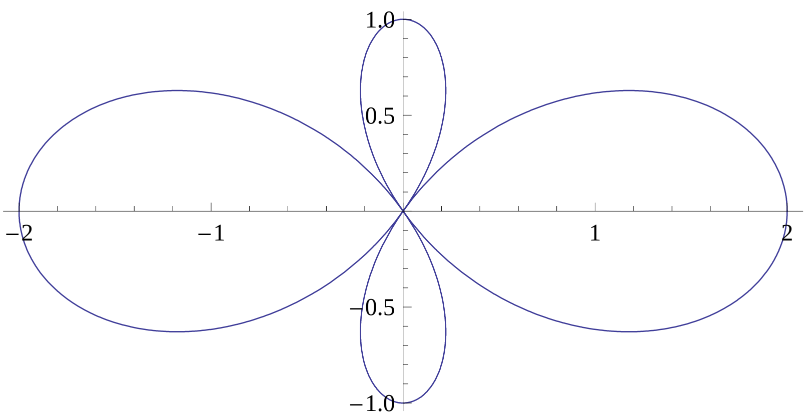
a) Spiegelladungen:



Ortsvektoren: $\vec{x}_n = r_0 \cos\frac{2\pi n}{6}\vec{e}_x + r_0 \sin\frac{2\pi n}{6}\vec{e}_y + 0\vec{e}_z \qquad n = 0, \ldots, 5.$
Poissongleichung: $\Delta V(\vec{x}) = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{1}{\epsilon_0}\delta(x-a)\delta(y)\delta(z)$
Randbedingungen: $V(r, \varphi = \frac{\pi}{6}, z) = 0$, $V(r, \varphi = -\frac{\pi}{6}, z) = 0$, für $r > 0$. $V(r \to \infty, z \to \infty) \to 0$.
b) $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{n=0}^{5}\frac{(-1)^n q}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0\cos(\frac{2\pi n}{6} - \varphi) + z^2}}$
c) Entwickeln in Potenzen von $1/r$ liefert $V(r,0,0) \simeq \frac{15qr_0^3}{16\pi\epsilon_0 r^4}$.

7.2 Linearer Quadrupol

a) Zentren der Dipole: $z = \pm\frac{d}{2}$.
Dipolmomente: $\pm qd\vec{e}_z$
b) Führender Term: $V_Q(r,\theta) = \frac{qd^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{3\cos^2\theta - 1}{r^3} = \frac{qd^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{2P_2(\cos\theta)}{r^3}$, wobei $P_l(\cos\theta)$ Legendrepolynome sind.
c) Winkelabhängigkeit des Potentials (um 90° drehen und um die Längsachse rotieren:



7.3 Multipolentwicklung für drei geladene Stäbe

a) Ladungsdichte: $\rho(\vec{x}) = \lambda\Big[\theta(\frac{a}{2}+x)\theta(\frac{a}{2}-x)\delta(y)\delta(z)+\theta(\frac{b}{2}+y)\theta(\frac{b}{2}-y)\delta(x)\delta(z)+\theta(\frac{c}{2}+z)\theta(\frac{c}{2}-z)\delta(x)\delta(y)\Big]$
b) Gesamtladung: $Q = \lambda(a+b+c)$
Dipolmoment: $p_i = 0$
Quadrupolmoment: $Q_{xx} = \frac{\lambda}{24}(2a^3 - b^3 - c^3)$, $Q_{yy} = \frac{\lambda}{24}(-a^3 + 2b^3 - c^3)$, $Q_{zz} = \frac{\lambda}{24}(-a^3 - b^3 + 2c^3)$,
$Q_{xy} = Q_{yx} = \ldots = 0$.
c) $V(0,0,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\lambda(a+b+c)}{z} + \frac{\lambda(-a^3-b^3+2c^3)}{24z^3}\right)$
d) $\vec{E}(0,0,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{\lambda(a+b+c)}{z^2} + \frac{\lambda(-a^3-b^3+2c^3)}{8z^4}\right)\vec{e}_z$