

# Übungsblatt 5

für das Tutorium am 07.04.2017

## 1. Energie-Impuls-Tensor

In der allgemeinen Relativitätstheorie ist die Metrik ein dynamisches Feld  $\eta_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}(x^\mu)$ . Der Energie-Impuls-Tensor folgt aus der Variation der Wirkung bzgl. der Metrik  $g_{\mu\nu}$ . Für die Maxwell-Wirkung ausgewertet im Minkowski-Raum  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$  ist er gegeben durch

$$T^{\mu\nu} = -2 \frac{\delta S}{\delta g_{\mu\nu}} \Big|_{g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}} = -\frac{1}{4\pi} \left( F^{\mu\rho} F^\nu{}_\rho - \frac{1}{4} \eta^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \right), \quad (1)$$

mit  $\eta^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ .

- Berechne  $\partial_\nu T^{\mu\nu}$  und vereinfache mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen in Vierernotation.
- Berechne die Spur von  $T^{\mu\nu}$ .

## 2. Punktladungen

Betrachte zwei Punktladungen  $q_1$  und  $q_2$  an  $z = \pm a$  und  $x = y = 0$ .

- Bestimme die Ladungsdichte  $\rho(\vec{r})$  und die Gesamtladung.
- Bestimme das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{r})$  zunächst für beliebiges  $\vec{r}$ . Was ist das Feld an  $\vec{r} = (0, y, 0)$  für  $q_1 = q_2$  und  $q_1 = -q_2$ ?
- Verwende den Impulserhaltungssatz der Elektrodynamik um die Kraft von  $q_1$  auf  $q_2$  für den Fall  $q_1 = q_2 = q$  als Oberflächenintegral des Maxwell'schen Spannungstensors entlang der Symmetrieebene  $z = 0$  auszurechnen.

## 3. Punktladung zwischen gewinkelten Leiterebenen

Zwei geerdete Leiterebenen treffen sich in einem Winkel von  $60^\circ$  im Ursprung. Eine Punktladung  $q$  befinde sich im Abstand  $r_0$  vom Ursprung entlang der  $x$ -Achse, sodass der Winkel zwischen der  $x$ -Achse und den beiden Platten jeweils  $30^\circ$  beträgt.

- Welche Anordnung von Spiegelladungen löst das Randwertproblem? Skizziere die Anordnung, bestimme die Ortsvektoren der Spiegelladungen und schreibe die Poissongleichung und die Randbedingungen an.
- Bestimme das elektrostatische Potenzial und zeige, dass die Randbedingungen erfüllt sind.
- Bestimme die Oberflächenladungsdichte auf der oberen Leiterebene.

Ankreuzbar: 1ab, 2ab, 2c, 3ab, 3c