

# Übungsblatt 9

für das Tutorium am 02.06.2017

## 1. Anisotropes Medium

Gegeben sei eine Punktladung,  $q$ , im Ursprung des Koordinatensystems in einem homogenen anisotropen Dielektrikum. Der dazugehörige  $\varepsilon$ -Tensor lautet:

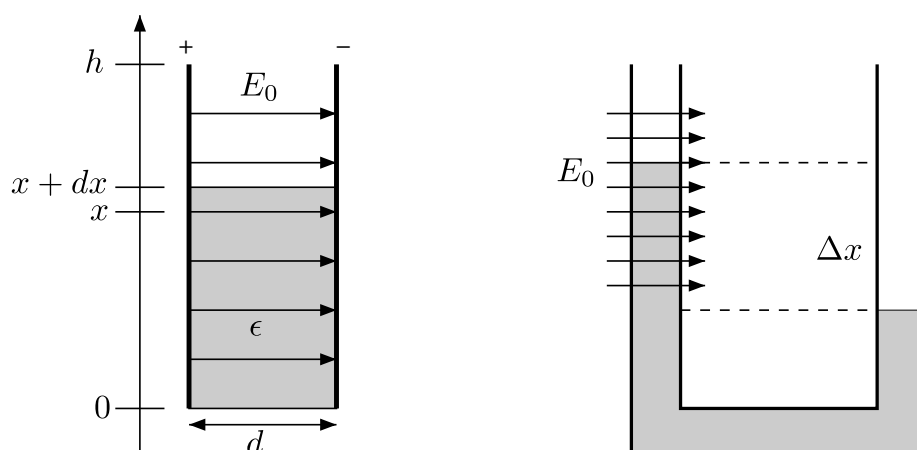
$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}_{ij} \quad (1)$$

- Berechnen Sie das Potenzial der Punktladung. Hinweis: Führen Sie diese Situation auf das bekannte analoge Problem im Vakuum zurück.
- Bestimmen Sie die Äquipotentialflächen.
- Berechnen Sie das  $\vec{E}$ -Feld.
- Verallgemeinern Sie das Resultat von Punkt a.) für den Fall eines allgemeinen symmetrischen und positiv-definiten  $\varepsilon$ -Tensors.

Hinweis: [https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratwurzel\\_einer\\_Matrix](https://de.wikipedia.org/wiki/Quadratwurzel_einer_Matrix)

## 2. Steighöhenmethode

Auf einen begrenzten dielektrischen Körper wirkt im elektrischen Feld eine “ponderomotische” Kraft. Um diese zu berechnen soll ein Plattenkondensator (Plattenabstand  $d$ , Höhe  $h$ , Breite der Platten  $b$ ) betrachtet werden, dessen Zwischenraum bis zur Position  $x$  ein Dielektrikum der Permittivität  $\epsilon$  und der Massendichte  $\rho_m$  ausfüllt, während der restliche Raum leer ist.

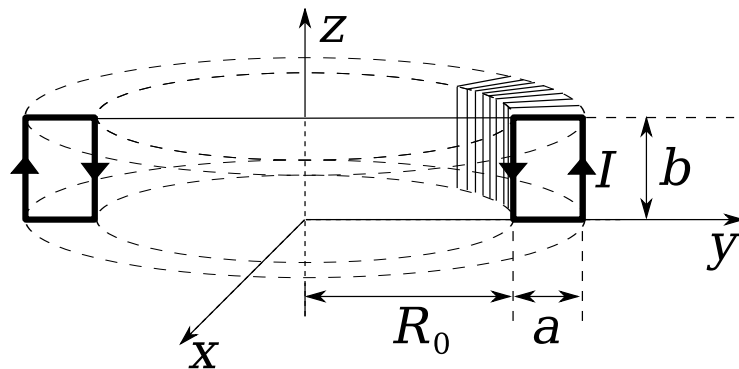


- Berechnen Sie die Kapazität  $C(x)$  des Kondensators.

- (b) Der Kondensator sei an eine Batterie angeschlossen, sodass die Platten auf konstanter Potentialdifferenz  $V$  gehalten werden. Berechnen Sie, die Kraft mit der das Dielektrikum in den Kondensator hineingezogen wird und drücke das Resultat durch das elektrische Feld  $E_0$  zwischen den Kondensatorplatten aus. Um das Resultat zu erhalten, betrachte die Energiebilanz, wenn das Dielektrikum um  $dx$  verschoben wird.
- (c) Die Permittivität  $\epsilon$  einer Flüssigkeit mit Massendichte  $\rho_m$  lässt sich messen, indem man sie in ein U-förmiges Rohr füllt und einen Schenkel in ein homogenes elektrisches Feld  $E_0$  einbringt. Wie lautet der Zusammenhang zwischen  $\epsilon$  und der durch das Feld hervorgerufenen Steighöhe  $\Delta x$  der Flüssigkeit?

### 3. Toroidale Spule mit rechteckigem Querschnitt

Eine sehr fein und gleichmäßig gewickelte Spule mit  $N$  Windungen sei um einen in sich ringförmig geschlossenen Spulenkörper gewickelt. Dieser Spulenkörper ergebe sich durch Rotation eines Rechtecks mit Seitenlängen  $a$  und  $b$  um die  $z$ -Achse mit Innenabstand  $R_0$  (siehe Skizze). Durch die Spule werde ein Strom  $I$  geschickt.



- (a) Welches Magnetfeld ergibt sich im Inneren und Äußeren dieser Spule?
- (b) Berechnen Sie außerdem den magnetischen Fluss durch die Spule und ihre Selbstinduktion. Hat für  $b > a$  die gegebene Spule die größere Selbstinduktion, oder die Spule mit  $a$  und  $b$  vertauscht (sonstige Parameter gleich)?

Hinweis: Überzeugen Sie sich zunächst, dass das Magnetfeld von der Form  $\vec{B}(x, y, z) = B(\rho, z)\vec{e}_\varphi$  ist (mit  $\rho, \varphi, z$  Zylinderkoordinaten), und wenden Sie dann die Integralform des Oersted'schen Gesetzes über eine geeignete Fläche an, um das Magnetfeld im Innen- und Außenraum zu berechnen.

Ankreuzbar: 1abc, 1d, 2a, 2bc, 3ab