Übungsblatt 10

für das Tutorium am 09.06.2017

1. **Green-Funktionen**
   Die Green-Funktionen der Poissongleichung in zwei Dimensionen bzw. in einer Dimension lauten $G(\vec{x}, \vec{x}') = -2\ln|\vec{x} - \vec{x}'|$ und $G(x, x') = -2\pi\,|x - x'|$. Zeigen Sie mittels Methoden der Distributionentheorie, dass $\Delta(-2\ln\sqrt{x^2 + y^2}) = -4\pi\delta^{(2)}(\vec{x})$ gilt.

   Erinnerung an Methoden der theoretischen Physik und das Plenum: Eine integrable Funktion $f(\vec{x})$ definiert eine Distribution f über

   $$\langle f, t\rangle := \int_{\mathbb{R}^n} f(\vec{x})t(\vec{x})\mathrm{d}^n x, \tag{1}$$

   wobei $t(\vec{x})$ eine Testfunktion darstellt. Achtung, nicht jede Distribution besitzt eine solche Darstellung, z.B. die δ-Distribution und eben auch Δr^{-1}, $\Delta \ln r$ und Δr mit $r = |\vec{x}|$. Hingegen sind r^{-1}, $\ln r$ und r so darstellbar. Ableitungen auf Distributionen sind definiert über

   $$\left\langle \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\lambda}, t\right\rangle := -\left\langle f, \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\lambda}\right\rangle. \tag{2}$$

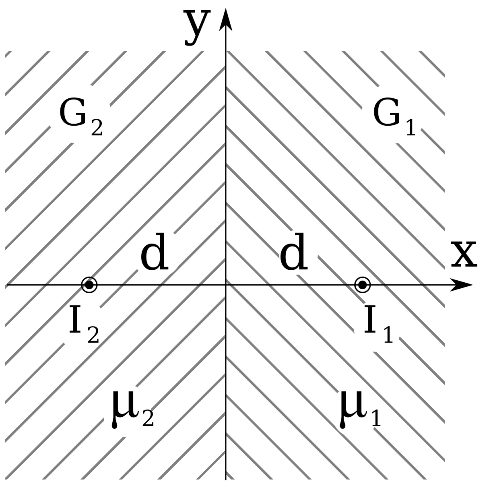
   Die δ-Distribution ist definiert über

   $$\langle \delta, t\rangle := t(0). \tag{3}$$

2. **Halbräume mit unterschiedlichen Permeabilitäten**
   Zwei Dia- oder Paramagnetika mit den Permeabilitäten μ_1, μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$) grenzen mit einer ebenen Trennfläche aneinander. Im Medium 1 befinde sich im Abstand d von der Grenzfläche ein zu dieser paralleler unendlich dünner gerader Leiter, welcher von einem zeitlich konstanten Strom I_1 durchflossen wird, im Medium 2 befindet sich spiegelbildlich dazu ein unendlich dünner gerader Leiter, welcher in der gleichen Richtung von einem zeitlich konstanten Strom I_2 durchflossen wird (siehe Abbildung).

   (a) Schreiben Sie für die magnetische Feldstärke $\vec{B}$ die Feldgleichungen in den Raumgebieten $G_1 : x > 0$ und $G_2 : x < 0$, die Anschlussbedingungen für $x = 0$ sowie die asymptotische Bedingung an.

   (b) Lösen Sie die Aufgabenstellung von (a) mit Hilfe von Bildstromansätzen.



3. **Permanent magnetisierter Zylinder**
   Ein unendlich langer permanent magnetisierter Zylinder mit dem Radius a und der z-Achse als Zylinderachse besitzt die Magnetisierung

$$\vec{M}(r,\varphi,z) = M_0 \frac{r^2}{a^2} \vec{e}_\varphi\,, \qquad M_0 > 0\,, \tag{4}$$

   wobei (r,φ,z) Zylinderkoordinaten sind.

   (a) Berechnen Sie die Magnetisierungsstromdichte $\vec{j}_M$ in Inneren des Zylinders und die Magnetisierungs-Flächenstromdichte $\vec{k}_M$ auf dem Zylindermantel sowie den in z-Richtung fließenden Gesamtstrom.

   (b) Berechnen Sie im gesamten Raum das vom magnetisierten Zylinder verursachte $\vec{B}$-Feld. Geben Sie ferner für den gesamten Raum das zugehörige $\vec{H}$-Feld an.

4. **Zylindrischer Leiter mit Hohlraum**
   In einem leitenden Vollzylinder vom Radius a befinde sich parallel zur Zylinderachse und im Abstand d von dieser ein zylindrischer Hohlraum vom Radius b, wobei $d+b < a$ gilt. Die Stromdichte in diesem durchbohrten Zylinder sei homogen und parallel zur Zylinderachse gerichtet. Bestimmen Sie den Betrag und die Richtung des $\vec{B}$-Feldes innerhalb des Hohlraums.

Ankreuzbar: 1, 2ab, 3a, 3b, 4