Übungsblatt 2

für das Tutorium am 16.03.2018

1. **Vektorfelder**

   (a) Zeichne folgende Vektorfelder in der x/y-Ebene an den Schnittpunkten von $x = 1, 2, 3$ und $y = 1, 2, 3$ (also 9 Vektoren)

   $$\vec{B} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{y}{2} \\ \frac{x}{2} - 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{E} = \begin{pmatrix} \frac{x}{2} - 1 \\ \frac{y}{2} - 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

   und berechne die Rotation und die Divergenz für beide Felder.

   (b) Schreibe das wirbelfreie Feld als Gradient eines Skalarfeldes $\phi(x, y, z)$. Ist ϕ eindeutig gegeben? Wie schaut die allgemeine Lösung aus?

   (c) Schreibe das divergenzfreie Feld als Rotation eines Vektorfeldes $\vec{A}$. Suche eine Lösung $\vec{A}_1 = (0, 0, ?)^T$ bei der die x- und y-Komponenten verschwinden. Suche eine weitere Lösung $\vec{A}_2 = (?, ?, 0)^T$ bei der die z-Komponente verschwindet. Wie lautet die Rotation der Differenz der beiden Lösungen $\mathrm{rot}(\vec{A}_1 - \vec{A}_2)$? Wie könnte man daher die allgemeine Lösung für $\vec{A}$ anschreiben?

2. **Distributionen**

   (a) Nimm an, dass die Funktion $g(x)$ bei $x = x_0$ eine isolierte, einfache Nullstelle hat. Zeige, dass $|g'(x_0)|\delta(g(x)) = \delta(x - x_0)$ ist.

   (b) Benutze die δ- und θ-Funktionen, um folgende Ladungsverteilungen $\rho(\vec{x})$ mit Gesamtladung Q anzuschreiben:
   1) Eine homogene Linienladung bei $x = 2$, $y = 0$ von $z = 0$ bis $z = L$ in Zylinderkoordinaten.
   2) Eine Punktladung bei $x = 2$, $y = z = 0$ in Kugelkoordinaten.
   Überprüfe die Ergebnisse durch explizite Integration von $\rho(\vec{x})$ über $\mathbb{R}^3$.

3. **Krummlinige Koordinaten**

   (a) Berechne $\mathrm{div}\vec{R}$ und $\mathrm{rot}\vec{R}$ für $\vec{R} = (x, y, z)$ in kartesischen, Kugel- und Zylinderkoordinaten.

   (b) Berechne $\vec{\nabla} R$ und ΔR mit $R = |\vec{R}|$ in kartesischen, Kugel- und Zylinderkoordinaten.

Ankreuzbar: 1ab, 1c, 2ab, 3a, 3b