

# Übungsblatt 5

für das Tutorium am 20.04.2018

## 1. Dirichlet-Randwertaufgabe im Halbraum

Eine unendlich ausgedehnte Leiteroberfläche bei  $z = 0$  sei außerhalb einer scheibenförmigen Ausnehmung mit Radius  $a$  auf Potential Null gehalten. Die Kreisscheibe  $x^2 + y^2 < a^2$  und  $z = 0$  sei ebenfalls eine Leiteroberfläche, diese aber (durch eine dünne Isolierung von der geerdeten Leiterplatte getrennt) auf Potential  $\phi_0$ . An der Stelle  $\vec{r} = (0, 0, d)$ ,  $d > 0$ , befinde sich eine Punktladung  $q$ . Berechne das Potential entlang der positiven  $z$ -Achse.

Hinweis: Die Dirichlet-Greenfunktion für den Halbraum  $z > 0$  lautet

$$G_D(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{|(x - x', y - y', z - z')|} - \frac{1}{|(x - x', y - y', z + z')|}. \quad (1)$$

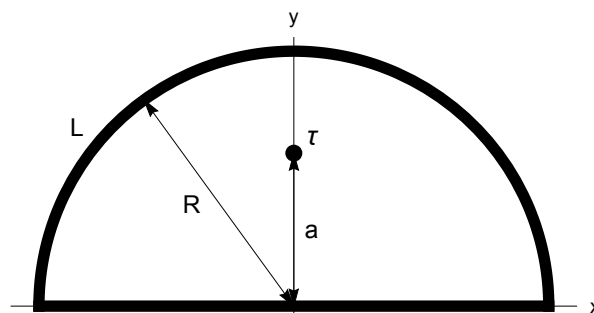
## 2. Punktladung zwischen gewinkelten Leiterebenen

Zwei geerdete Leiterebenen treffen sich in einem Winkel von  $60^\circ$  im Ursprung. Eine Punktladung  $q$  befinde sich im Abstand  $r_0$  vom Ursprung entlang der  $x$ -Achse, sodass der Winkel zwischen der  $x$ -Achse und den beiden Platten jeweils  $30^\circ$  beträgt.

- Welche Anordnung von Spiegelladungen löst das Randwertproblem? Skizziere die Anordnung, bestimme die Ortsvektoren der Spiegelladungen und schreibe die Poissongleichung und die Randbedingungen an.
- Bestimme das elektrostatische Potential und zeige, dass die Randbedingungen erfüllt sind.
- Bestimme die Oberflächenladungsdichte auf der oberen Leiterebene.

## 3. Geladener Stab im halbzylindrischen Hohlleiter

Betrachte einen in  $z$ -Richtung unendlich ausgedehnten Stab mit der Linienladungsdichte  $\tau$ . Dieser befinde sich im Inneren eines unendlich langen geerdeten Hohlleiters,  $L$ , mit halbkreisförmigen Querschnitt (Radius  $R$ ) an der Position  $x = 0$  und  $y = a$ .



- (a) Berechne das elektrostatische Potenzial,  $\phi(\vec{r})$ , für den geladenen Stab an der Position  $x = 0$  und  $y = a$  im Vakuum.
- (b) Gib die Feldstärke,  $\vec{E}_A(\vec{r})$ , außerhalb des Hohlleiters an und begründe deine Antwort. Wie groß ist die gesamte induzierte Ladung pro Längeneinheit am Hohlleiter? Welche Randbedingungen muss das Potenzial erfüllen?
- (c) Bestimme das Potenzial für die gesamte Konfiguration und zeige, dass die Randbedingungen erfüllt sind.

Ankreuzbar: 1, 2ab, 2c, 3ab, 3c