

Übungsblatt 6

für das Tutorium am 4.5.2018

1. Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei Platten der Fläche A im Abstand d . Die Abmessung der Flächen ist viel grösser als ihr Abstand, sodass Randfelder vernachlässigt werden können.

- (a) Der Plattenkondensator wird mit einer Batterie aufgeladen, sodass die Potentialdifferenz U_0 ist und die Ladungen der Platten $+Q_1$ und $-Q_1$. Welche Arbeit ist nötig um den Plattenabstand von d nach $d + \Delta d$ zu erhöhen? Wie groß ist die Änderung der Energie des Kondensators?
- (b) Nimm nun an, dass die Batterie angeschlossen bleibt, wenn der Plattenabstand erhöht wird. Wieviel Arbeit muss dann verrichtet werden, um den Abstand von d nach $d + \Delta d$ zu erhöhen? Was ist die Energieänderung in diesem Fall? Zeige, dass die Energie erhalten ist, wenn alle Energiequellen und -senken berücksichtigt werden.

2. Linearer Quadrupol

Ein linearer Quadrupol besteht aus drei Ladungen q , $-2q$, und q auf der z -Achse. Die positiven Ladungen sind an $z = \pm d$. Die negative Ladung ist am Ursprung.

- (a) Argumentiere, dass man dieses System auch durch zwei Dipole beschreiben kann. Was sind die beiden Dipolmomente? Wo liegen die Zentren der Dipole?
- (b) Berechne Mono-, Dipol- und Quadrupolmomente in kartesischen Koordinaten.

3. Endlicher geladener Stab und Multipolmomente

Ein geladener, unendlich langer Stab der Linienladungsdichte τ entlang der z -Achse hat das Potenzial $\Phi(x, y, z) = -\tau \ln(x^2 + y^2) + c$, wobei c eine beliebige Konstante (Eichfreiheit) ist. Betrachte im Folgenden einen endlichen, homogen geladenen Stab mit Gesamtladung Q , der von $z = -L$ bis $z = L$ verläuft.

- (a) Berechne (z.B. mittels Green-Funktionen) das Potenzial für $z = 0$.
Hinweis: Überlege welche Symmetrien vorliegen und wähle geeignete Koordinaten, $\int d\alpha/\sqrt{1+\alpha^2} = \ln(\alpha + \sqrt{\alpha^2+1})$.
- (b) Berechne die ersten zwei nichtverschwindenden Terme von $\Phi(x, y, 0)$ in der Reihenentwicklung für $\rho \gg L$. Finde den führenden Term von $\Phi(x, y, 0)$ im Limes $\rho \ll L$ und vergleiche ihn mit dem Ergebnis für den unendlich langen Stab.
- (c) Berechne die ersten beiden nichtverschwindenden Terme des Potenzials in einer kartesischen Multipolentwicklung.

Ankreuzbar: 1a, 1b, 2ab, 3ab, 3c