

3 Tutorium für 29.03.2019

3.1 Satz von Gauß und Stokes

Seien S_1 und S_2 zwei offene Flächen, die von der gleichen Kurve C begrenzt werden. Zusammen schliessen $S_1 \cup S_2$ das Volumen V ein und wir orientieren die Flächen so, dass $d\mathbf{A}$ stets von V nach außen zeigt. Zeige, für ein beliebiges Vektorfeld $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ gilt

$$\int_{S_1} \epsilon_{ijk} \partial_j F_k dA_i = - \int_{S_2} \epsilon_{ijk} \partial_j F_k dA_i$$

- (a) mithilfe des Satzes von Gauß,
- (b) mithilfe des Satzes von Stokes.

3.2 Rotation auf einer Kugeloberfläche

Sei S die obere Hemisphäre der Einheitskugel mit den sphärischen Koordinaten $r = 1$, $0 \leq \vartheta \leq \pi/2$ und $0 \leq \varphi < 2\pi$. Berechne das Flächenintegral $\int_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{A}$ der Rotation des Vektorfeldes

$$\mathbf{F}_{(r,\vartheta,\varphi)}(r, \vartheta, \varphi) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \alpha \end{pmatrix}$$

mit der Konstante α :

- (a) direkt,
- (b) mithilfe des Satzes von Stokes.

3.3 Elektronenlinse

Zwei Punktladungen gleicher Ladung Q befinden sich in den Punkten $(0, \pm d, 0)^T$.

- (a) Zeige, dass obwohl das elektrische Feld im Ursprung verschwindet, eine Testladung q dort aber nicht stabil ruhen kann für $|qQ| > 0$. Gib die jeweils instabilen Richtungen für $qQ > 0$ und $qQ < 0$ an.
- (b) Zeige, dass diese Anordnung für in der xy -Ebene, nahe der x -Achse laufenden Elektronenstrahlen einer Linse entspricht mit einer Brechkraft von

$$\frac{1}{f} = \frac{2Qe}{4\pi\epsilon_0 E_{\text{kin}}} \frac{\alpha}{d^2}.$$

E_{kin} ist die kinetische Energie der Elektronen und $\alpha d \approx d$ entspricht dem effektiven Weg des Strahles durch das Zentralfeld der Linse.

ankreuzbar: 3.1(ab), 3.2(a), 3.2(b), 3.3(a), 3.3(b)