

9 Tutorium für 07.06.2019

9.1 Dipole

Ein Punktdipol mit Dipolmoment \mathbf{q} befindet sich auf Position $(0, 0, D)^T$. Im Ursprung sei ein zweiter Punktdipol mit Dipolmoment \mathbf{p} .

- Modelliere den Dipol \mathbf{q} durch 2 Punktladungen symmetrisch um dessen Position im Abstand $d \rightarrow 0$. Zeige, dass das Drehmoment, das auf diesen Dipol im Feld des anderen Dipols wirkt, durch $N_i = (3\epsilon_{ij3}q_j p_3 - \epsilon_{ijk}q_j p_k)/(4\pi\epsilon_0 D^3)$ gegeben ist.
- Sei \mathbf{M} das Drehmoment, das auf den Dipol im Ursprung wirkt. Zeige, dass für $\mathbf{N} \neq \mathbf{0}$ die Summe $\mathbf{N} + \mathbf{M}$ sowohl $= \mathbf{0}$, als auch $\neq \mathbf{0}$ sein kann.

Ein Dipol mit Dipolmoment vom Betrag p befindet sich auf Position $(0, 0, D)^T$ über einer großen Metallplatte in der xy -Ebene. Die Richtung des Dipolmoments steht im Winkel ϑ zur z -Achse.

- Wie groß ist der Betrag des Drehmoments, das auf diesen Dipol wirkt?
- Gib den ersten nichtverschwindenden Term der Multipolentwicklung des elektrischen Feldes $E_x(0, 0, z \gg D)$ obiger Anordnung an, wenn die Richtung des Dipolmoments parallel zur x -Achse steht.

9.2 St. Elmos Feuer

Seeleute berichten beim Durchqueren von Gewittern von Erscheinungen entlang von nassen Seilen, Speeren oder anderen zylindrischen Objekten, die Blitzen ähneln¹. Modelliere nasse, zylindrische Objekte im Gewitter als lange, geerdete Metallzylinder in einem externen homogenen elektrischen Feld \mathbf{E}_0 , rechtwinkelig auf die Zylinderachse.

- Zeige, dass das Potential in Zylinderkoordinaten $V(r, \varphi) = A \log r + B + (C \cos \varphi)/r + D r \cos \varphi$ die Poissongleichung im ladungsfreien Raum erfüllt, wenn keine Abhängigkeit von z besteht.
- Bestimme die Konstanten A, B, C und D anhand der Randbedingungen im obigen Modell und zeige, dass die höchste auftretende elektrische Feldstärke $2|\mathbf{E}_0|$ ist. Dort kann es zur blitzähnlichen Ionisierung der Luft kommen.

ankreuzbar: 9.1(ab), 9.1(c), 9.1(d), 9.2(a), 9.2(b)

¹Herman Melville, *Moby Dick*, Kapitel CXIX