

10 Tutorium für 14.06.2019

10.1 Kugelkondensator mit Dielektrikum

Zwei dünne Metallkugelschalen mit Radius a und $2a$ tragen jeweils die Ladung $+Q$ und $-Q$. Der Zwischenraum ist mit einem Dielektrikum gefüllt, dessen Permittivität vom Radius abhängt:

$$\epsilon(r) = \epsilon_0 \frac{2a}{3a - r}$$

- Bestimme die elektrische Verschiebungsdichte \mathbf{D} und die gebundene Ladungsdichte ρ_b zwischen den Kugelschalen.
- Berechne damit die Energie im elektrischen Feld $\frac{1}{2} \int \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} d^3r$ und zeige, dass diese Anordnung die Kapazität $C = 16\pi\epsilon_0 a / (3 - 2 \log 2)$ hat.

10.2 Grenze zwischen Dielektrika

Die xy -Ebene trennt zwei Dielektrika mit dielektrischen Konstanten κ_1 und κ_2 , jeweils ober- und unterhalb der xy -Ebene

- Wir betrachten elektrische Feldlinien \mathbf{E} beim Übergang von einem Medium in das andere. θ_1 und θ_2 bezeichnen die Winkel zwischen den elektrischen Feldlinien \mathbf{E} und der z -Achse in den jeweiligen Medien. Zeige $\kappa_1 \cot \theta_1 = \kappa_2 \cot \theta_2$.
- Ein geladener dünner Draht mit Längenladungsdichte λ geht durch $(0, 0, d)^T$ mit $d > 0$, parallel zur Trennebene. Zeige, dass auf ihn folgende Kraft pro Länge wirkt:

$$F_z/L = \frac{\lambda^2}{4\pi\kappa_1\epsilon_0 d} \frac{\kappa_1 - \kappa_2}{\kappa_1 + \kappa_2}.$$

10.3 Dielektrische Kugelschale

Eine hohle Kugelschale aus einem Dielektrikum mit dielektrischer Konstante κ wird in ein homogenes elektrisches Feld \mathbf{E} gebracht. Außen- und Innenradius der Kugelschale seien b und a . Berechne das elektrische Feld im Zentrum, im Hohlraum, im Medium, sowie außen. Zeige, dass das Dipolmoment der Hohlkugel gegeben ist durch

$$\mathbf{p} = 4\pi\epsilon_0 \mathbf{E} \frac{b^3(b^3 - a^3)(2\kappa + 1)(\kappa - 1)}{b^3(2\kappa + 1)(\kappa + 2) - 2a^3(\kappa - 1)^2}.$$

ankreuzbar: 10.1(a), 10.1(b), 10.2(a), 10.2(b) 10.3