

1. Tutorium**für 13.03.2020****1.1 Vierervektoren**

Gegeben seien Lorentzboosts in x -Richtung $\Lambda^\mu_\nu(\beta)$, in y -Richtung $\Lambda'^\mu_\nu(\beta')$, sowie Drehungen $D^\mu_\nu(\alpha)$ und $D'^\mu_\nu(\alpha')$ um die x - und y -Achse:

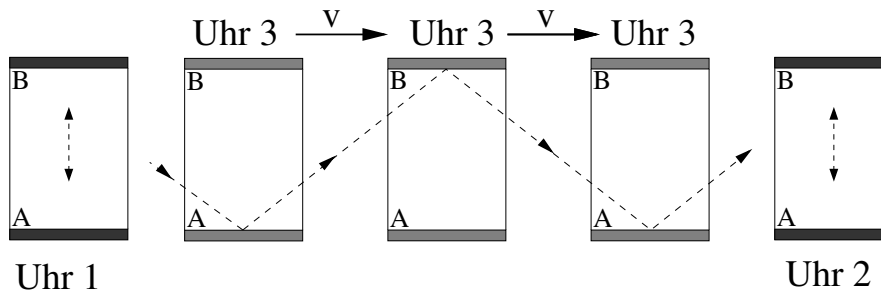
$$(\Lambda^\mu_\nu(\beta)) = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\Lambda'^\mu_\nu(\beta')) = \begin{pmatrix} \gamma' & 0 & -\beta'\gamma' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\beta'\gamma' & 0 & \gamma' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(D^\mu_\nu(\alpha)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad (D'^\mu_\nu(\alpha')) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha' & 0 & \sin \alpha' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha' & 0 & \cos \alpha' \end{pmatrix}.$$

- Zeige, dass im Allgemeinen Lorentzboosts in x - und y -Richtung nicht kommutieren.
- Zeige, dass im Allgemeinen ein Lorentzboost in x -Richtung nicht mit einer Drehung um die y -Achse kommutiert.
- Kommutieren im Allgemeinen Elemente der Drehgruppe $SO(3)$?
- Kommutieren im Allgemeinen Elemente der Drehgruppe $SO(2)$?
- Um welche Achse müsste man eine Drehung ansetzen, damit diese stets mit einer Lorentztransformation in y -Richtung kommutiert?

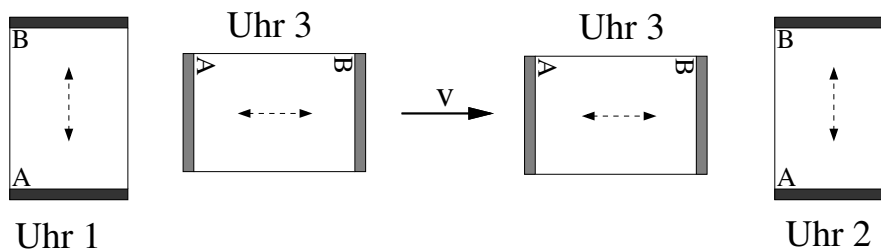
1.2 Zeitdilatation und Längenkontraktion

a) Zwischen zwei parallelen Spiegeln A und B mit Abstand L bewege sich ein Lichtblitz hin und her. Diese „Uhr“ ticke bei jedem Auftreffen des Lichtblitzes auf den Spiegel A , was durch einen Zähler registriert werde. Es seien nun zwei solcher Uhren synchronisiert und in einem festen Abstand voneinander aufgestellt. Eine dritte bewege sich dazu mit der konstanten Relativgeschwindigkeit v wie im Bild dargestellt. Berechne mit Hilfe geometrischer Überlegungen den Faktor, um den die bewegte Uhr langsamer geht als die beiden ruhenden.



b) Es sei der Versuchsaufbau wie in Teil (a) gegeben mit dem Unterschied, dass nun die sich bewegende dritte Uhr um 90° so gedreht ist, dass die Bewegungsrichtung der Uhr parallel zum Laufweg des Lichtblitzes in ihrem Innern ist.

Um welchen Faktor muss der Abstand der beiden Spiegel der bewegten dritten Uhr *verringert* werden, damit sie um den in Teil (a) berechneten Faktor langsamer geht?



Anmerkung: Auch hier reichen zur Berechnung einfache geometrische Überlegungen zu den Laufstrecken des Lichtblitzes in der bewegten dritten Uhr aus.

1.3 Umrechnen von Einheiten

a) Schreibe die Minkowski Metrik $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(c_0^2, -c_1^2, -c_2^2, -c_3^2)$ in Einheiten, die in der Luftfahrt gebräuchlich sind, so dass das entsprechende Linienelement die Form $ds^2 = c_0^2 dt^2 - c_1^2 dx^2 - c_2^2 dy^2 - c_3^2 dz^2$ annimmt. Bestimme c_0 , c_1 , c_2 und c_3 unter den folgenden Voraussetzungen: das Linienelement ds wird in Kilometern gemessen, die Zeit wird in Stunden gemessen, die Position des Flugzeugs in horizontaler Richtung wird in Seemeilen angegeben (x - und y -Komponente) und die Flughöhe in Fuß (z -Komponente).

Hinweise: 1 Meter = Lichtgeschwindigkeit/299792458 \times Sekunden, 1 Seemeile = 1852 Meter, 1 Fuß = 0.3048 Meter.

b) Von nun an setzen wir $c = 1$ wie in der Vorlesung (bzw. alle $c_\mu = 1$ in der Minkowski Metrik oben), um uns das Leben zu erleichtern.

Bestimme deine Größe in Sekunden, dein Alter in Metern und deine Ruheenergie in Kilogramm.

c) Die Polizei stoppt dein Auto auf der Freilandstraße (Geschwindigkeitsbeschränkung $v \leq 100\text{km/h}$) mit einer Geschwindigkeit von $v = 10^{-7}$. Warst du zu schnell unterwegs?

Ankreuzbar: 1ab, 1cde, 2a, 2b, 3abc