

## 8. Tutorium

für 29.05.2020

## 8.1 Zylinderförmiger Elektret

Ein unendlich langer elektrisch *permanent* polarisierter zylinderförmiger Isolator (Elektret<sup>1</sup>) mit dem Radius  $a$  und der  $z$ -Achse als Zylinderachse besitzt die Polarisation

$$\vec{P}(\vec{r}) = P_0 \frac{R}{a} \vec{e}_R, \quad P_0 > 0$$

( $R, \varphi, z$  Zylinderkoordinaten).

a) Berechne die Polarisations-Volumsladungsdichte  $\rho_P$  im Inneren des Zylinders und die Polarisations-Flächenladungsdichte  $\sigma_P$  auf dem Zylindermantel sowie die Gesamtladung des Zylinders pro Längeneinheit.

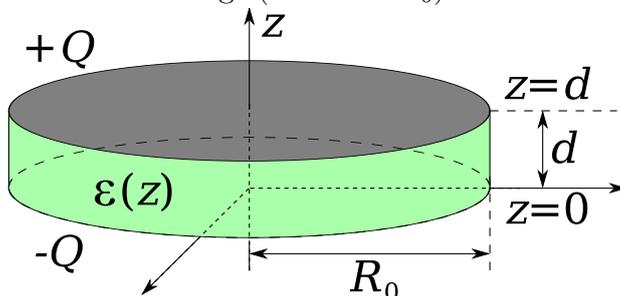
b) Berechne im gesamten Raum das vom polarisierten Zylinder verursachte  $\vec{E}$ -Feld. Gib ferner für den gesamten Raum das zugehörige  $\vec{D}$ -Feld an und kommentiere das Ergebnis für  $\vec{D}$ .

## 8.2 Kreisförmige Plattenkondensatoren

Gegeben sei eine Anordnung von zwei unendlich dünnen parallelen kreisförmigen Metallplatten mit Radius  $R_0$ , Abstand  $d \ll R_0$  und den freien Gesamtladungen  $+Q$  bzw.  $-Q$  (siehe Abbildung). Der Raum zwischen den Platten sei mit einem Dielektrikum gefüllt, dessen Dielektrizitätszahl gemäß

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 - \Delta\epsilon \frac{z}{d}$$

vom Ort abhängt ( $0 < \Delta\epsilon < \epsilon_0$ ).



a) Berechne die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$ , das Polarisationsfeld  $\vec{P}$  und das Verschiebungsfeld  $\vec{D}$  im Dielektrikum.

<sup>1</sup>Siehe z.B. Wikipedia: <http://de.wikipedia.org/wiki/Elektret>

- b) Berechne die Flächenladungsdichten freier Ladungen und Polarisationsladungen bei  $z = d$  und  $z = 0$  sowie die Polarisations-Raumladungsdichte im Dielektrikum.
- c) Berechne die Kapazität der Anordnung.

### 8.3 Hohlraum in Dielektrikum

Ein allseitig unendlich ausgedehntes Dielektrikum mit der Dielektrizitätszahl  $\epsilon$  sei homogen polarisiert mit Polarisation  $\vec{P}_0$ .

- a) Welche Feldstärke  $\vec{E}_0$  herrscht dann im Dielektrikum?
- b) In dem polarisierten Dielektrikum werde ein kugelförmiger Hohlraum mit Radius  $a$  erzeugt. Schreibe für das Potential  $\phi$  und die Feldstärke  $\vec{E}$  die im Innen- und Außenraum der Kugel geltenden Feldgleichungen an. Welche Stetigkeits- bzw. Randbedingungen müssen  $\phi$  und  $\vec{E}$  auf der Kugeloberfläche und im Unendlichen erfüllen?
- c) Zeige durch Lösen der Feldgleichungen, dass für die elektrische Feldstärke im Hohlraum

$$\vec{E} = \frac{12\pi\epsilon}{(2\epsilon + 1)(\epsilon - 1)} \vec{P}_0$$

gilt. Ist der Betrag dieser Feldstärke kleiner oder größer als jener von  $\vec{E}_0$ , d.h. hat die Feldstärke durch Erzeugen des Hohlraumes in diesem Raumbereich ab- oder zugenommen?

(Anleitung: Wähle den Kugelmittelpunkt als Koordinatenursprung und die Richtung von  $\vec{P}_0$  als  $z$ -Richtung.)

---

Ankreuzbar: 1ab, 2ab, 2c, 3ab, 3c