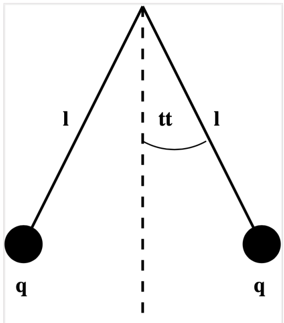
Übungsblatt 4

für das Tutorium am 31.03.2023,
Kreuzerldeadline 8:00

1. **Zwei Ladungen ein Coulomb**
   Zwei gleichartig geladene Kugeln der Masse m und Ladung q hängen wie abgebildet an masselosen Fäden der Länge l im Schwerefeld der Erde.



   (a) Berechne den Ablenkungwinkel θ als Funktion von q, g, l. Verwende eine Näherung für kleine Auslenkungen.
   (b) Die Anordnung kann zur Ladungsmessung benutzt werden. Wie groß ist die Ladung q für die Werte $l = 20$cm, $m = 1$kg, $\theta = tt = 5°$ und für die Erdbeschleunigung $g = 9.81\ m/s^2$?
   (c) Nun wird die linke der beiden Massen halbiert ($m_1 = m/2$ und $m_2 = m$). Welche Ladungen q_1 und q_2 müssen auf die Kugeln verteilt werden, damit die Winkel der beiden Massen relativ zum Lot gleich sind $\theta_1 = \theta_2$. Was für ein Winkel muss das sein?

2. **Ein Coulomb und zwei Stäbe**

   (a) Ein unendlich langer dünner zylindrischer Stab liege entlang der z-Achse und trage pro Längeneinheit die elektrische Ladung τ. Berechne das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ des Stabes als Integral über die Ladungsdichte.
   (b) Berechne das elektrostatische Potential $V(\vec{r})$ ausgehend vom elektrischen Feld. Welches Problem tritt auf, wenn man versucht $V(\vec{r})$ direkt als Integral über die Ladungsdichte zu berechnen?
   Zusatzfrage: Was ist der Grund und was wäre ein möglicher Ausweg?
   (c) Betrachte nun zwei unendlich lange dünne Stäbe parallel zur z-Achse mit Abstand $2b$, welche entgegengesetzt gleiche Ladung vom Betrag τ pro Längeneinheit haben. Berechne das elektrostatische Potential und das elektrische Feld dieser Konfiguration.

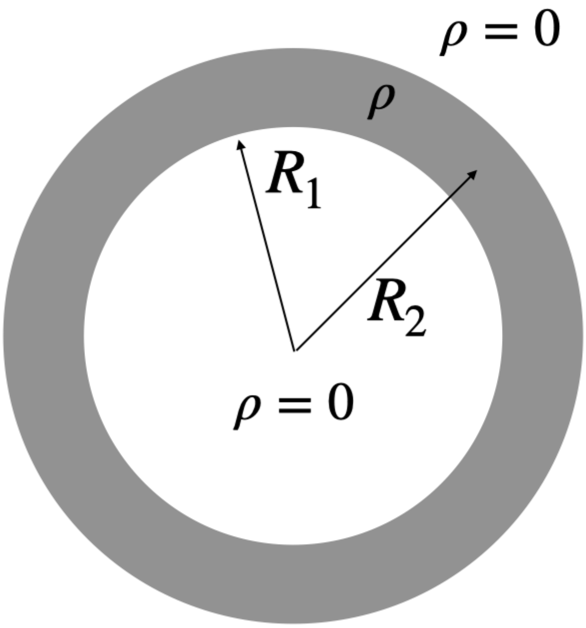
3. **Energie mit Schale**

Für die elektrostatische Energie W einer Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ gelten die beiden äquivalenten Gleichungen

$$W = \frac{1}{2}\int d^3r \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r})\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{1}{2}\int d^3r \rho(\vec{r})\phi(\vec{r})\,, \tag{1}$$

$$W = \frac{1}{8\pi}\int d^3r |\vec{E}(\vec{r})|^2. \tag{2}$$

Gegeben sein eine geladene leitfähige Hohlkugel mit dem Aussenradius R_2, dem Innenradius R_1 und der Schalendicke $R_2 - R_1$ (siehe Abbildung), bei der sich die Gesamtladung Q frei auf die Hohlkugel verteilen kann.



2. (a) Bestimme die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$, bzw. die Flächenladungsdichte σ.

2. (b) Berechne das elektrostatische Potential $\phi(\vec{r})$ und das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im gesamten Raum.

(c) Überprüfe, dass die Randbedingungen des elektrischen Feldes bei $r = R_{1,2}$ erfüllt sind.

(d) Berechne die Feldenergie mit Gleichung (1) und Gleichung (2).

Ankreuzbar: 1ab, 1c & 2a, 2bc, 3ab, 3cd