

# 1. Übungsplenum – Integrationssätze

für das Plenum am 09.03.2023

## 1. Gymnastik mit div und rot

Berechne Divergenz und Rotation von

(a)  $(\vec{a} \cdot \vec{r})\vec{b}$

(b)  $(\vec{a} \cdot \vec{r})\vec{r}$

(c)  $\vec{a} \times \vec{r}$

(d)  $\vec{r} \times (\vec{a} \times \vec{r})$  ,

wobei  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  konstante Vektoren seien.

## 2. Verifikation des Satzes von Gauss

Gegeben sei ein Vektorfeld  $\vec{F} = (x^3, -y, z)^T$ . Verifiziere die Gültigkeit des Gauß'schen Integralsatzes am Beispiel eines Zylinders mit Höhe  $H$  und Radius  $R$ . Der Zylinder sei konzentrisch zur  $z$ -Achse ausgerichtet, die Unterseite sei an  $z = 0$ .

(a) Berechne  $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{F} dV$ .

(b) Berechne  $\oint_{S=\partial V} \vec{F} \cdot d\vec{A}$ .

## 3. Verifikation des Satzes von Stokes

Verifiziere den Satz von Stokes für das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = (3y, -xz, yz^2),$$

wobei die Integrationsfläche die Oberfläche des Paraboloids  $2z = x^2 + y^2$  ist, das durch  $z = 2$  begrenzt wird.