

2. Tutorium

für 15.03.2024

2.1 Vierervektoren

Gegeben seien Lorentzboosts in x -Richtung $\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)$, in y -Richtung $\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')$, sowie Drehungen $D^\mu{}_\nu(\alpha)$ und $D'^\mu{}_\nu(\alpha')$ um die x - und y -Achse:

$$\begin{aligned}
 (\Lambda^\mu{}_\nu(\beta)) &= \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, & (\Lambda'^\mu{}_\nu(\beta')) &= \begin{pmatrix} \gamma' & 0 & -\beta'\gamma' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\beta'\gamma' & 0 & \gamma' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (D^\mu{}_\nu(\alpha)) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, & (D'^\mu{}_\nu(\alpha')) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha' & 0 & \sin \alpha' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha' & 0 & \cos \alpha' \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

- Zeige, dass im Allgemeinen Lorentzboosts in x - und y -Richtung nicht kommutieren.
- Zeige, dass im Allgemeinen ein Lorentzboost in x -Richtung nicht mit einer Drehung um die y -Achse kommutiert.
- Kommutieren im Allgemeinen Elemente der Drehgruppe $SO(3)$?
- Kommutieren im Allgemeinen Elemente der Drehgruppe $SO(2)$?
- Um welche Achse müsste man eine Drehung ansetzen, damit diese stets mit einer Lorentztransformation in y -Richtung kommutiert?

2.2 Frische Alfonso-Mangos

Herr G. hat an dem Workshop "Carollian Physics" (das sind Theorien bei denen die Lichtgeschwindigkeit gegen Null geht $c \rightarrow 0$) in Indien teilgenommen. Nun begibt er sich auf die Rückreise. In seinem Handgepäck befinden sich frische Alfonso-Mangos, die er wie versprochen seiner Frau mitbringen möchte. Das Flugzeug erhält um 4 Uhr morgendlicher Ortszeit in Mumbai die Starterlaubnis und hat um 12:00 Ortszeit die Landeerlaubnis in Wien Schwechat. Daß Alfonso-Mangos reif sind merkt man daran, daß sie warm werden. Ab diesem Zeitpunkt hat man nur noch 9 Stunden Zeit um sie zu verzehren. Leider tritt bei dem Mitbringsel diese Erwärmung kurz nach dem Start ein. Obwohl Herr G. weiss, daß der reservierte Landungs-slot in Schwechat nicht geändert werden kann, bittet er den Piloten schneller zu fliegen.

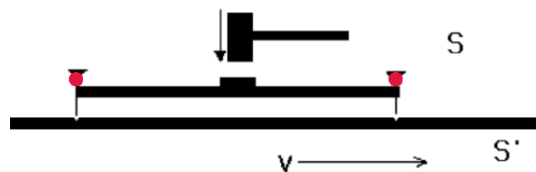
- a) Warum tut er das?
 Welche Mindestgeschwindigkeit hat Herr G. wohl dem Piloten suggeriert?
 Wie groß ist der Umweg der dabei in Kauf genommen wird?
- b) Angenommen wir leben in einer Welt, in der die Lichtgeschwindigkeit c einen anderen Wert hat. Die Distanz zwischen Mumbai und Wien beträgt aber weiterhin 6000 km und das Flugzeug fliegt konstant und direkt mit 500 km/h. Welchen Wert hat die Lichtgeschwindigkeit in dieser Welt höchstens, wenn die Mangos das Ziel erreichen bevor sie überreif sind?

2.3 Minkowski-Diagramm

- a) Gegeben sei die Bahnkurve $x(t)$ eines Teilchens durch die implizite Gleichung $s^2 = \alpha^2 t^2 - x^2$. Für welche Werte von α bleibt das Teilchen stets unterhalb der Lichtgeschwindigkeit? Hierbei ist s^2 eine reelle Konstante.
- b) Skizziere die Bahnkurve in einem Minkowski-Diagramm für verschiedene Werte von $s^2 < 0$ und α . Zeichne ein, wo die Lichtgeschwindigkeit übertreten wird.

2.4 Ansichtssache?

Die Handwerkerin O im System S bringt Stecknadeln an den Enden eines Meterstabs in Richtung der x-Achse an.



Nun schlägt sie zum Zeitpunkt $t = 0$ auf die Mitte des Stabes in Richtung eines längeren, darunter befindlichen, Stabes. Der untere Stab bewegt sich mit Geschwindigkeit v in x-Richtung. Laut O hinterlassen die zwei Nadeln gleichzeitig eine Markierung auf dem unteren Stab. Frau O behauptet, dass ihre Kollegin Frau U, die sich mit dem unteren Stab bewegt, eine größere Länge zwischen den Einstichstellen messen wird, da diese ja einen eigenen

(kontrahierten) Meterstab zur Messung verwendet wird. Frau O behauptet weiterhin, dass die Markierungen in System der Frau U nicht gleichzeitig auftauchen werden.

- a) Untersuchen Sie die Annahmen und stellen Sie Konsistenz her. Nehmen Sie dabei an, dass sich der Impuls des Hammers mit Lichtgeschwindigkeit c auf dem oberen Stab ausbreitet.
- b) Veranschaulichen Sie den Vorgang in jeweils einem Minkowski-Diagramm aus der Perspektive der beiden Handwerkerinnen.

Ankreuzbar: 1.1ab, 1.1cde, 1.2, 1.3, 1.4a, 1.4b (jeweils 1 Punkt)