

3. Tutorium

für 22.03.2024

3.1 Umrechnen von Einheiten

a) Schreibe die Minkowski Metrik $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(c_0^2, -c_1^2, -c_2^2, -c_3^2)$ in Einheiten, die in der Luftfahrt gebräuchlich sind, so dass das entsprechende Linienelement die Form $ds^2 = c_0^2 dt^2 - c_1^2 dx^2 - c_2^2 dy^2 - c_3^2 dz^2$ annimmt. Bestimme c_0 , c_1 , c_2 und c_3 unter den folgenden Voraussetzungen: das Linienelement ds wird in Kilometern gemessen, die Zeit wird in Stunden gemessen, die Position des Flugzeugs in horizontaler Richtung wird in Seemeilen angegeben (x - und y -Komponente) und die Flughöhe in Fuß (z -Komponente).

Hinweise: 1 Meter = Lichtgeschwindigkeit/299792458 \times Sekunden, 1 Seemeile = 1852 Meter, 1 Fuß = 0.3048 Meter.

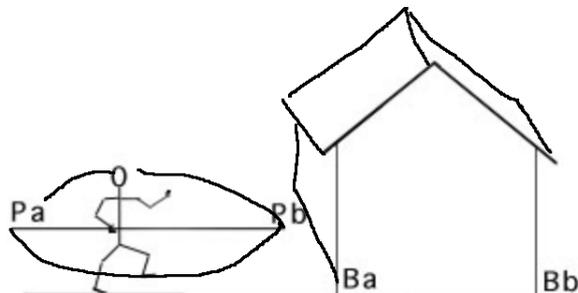
b) Von nun an (in dieser Aufgabe) setzen wir $c = 1$ wie in der Vorlesung (bzw. alle $c_\mu = 1$ in der Minkowski Metrik oben), um uns das Leben zu erleichtern.

Bestimme deine Größe in Sekunden, dein Alter in Metern und deine Ruheenergie in Kilogramm.

c) Die Polizei stoppt dein Auto auf der Freilandstraße (Geschwindigkeitsbeschränkung $v \leq 100\text{km/h}$) mit einer Geschwindigkeit von $v = 10^{-7}$. Warst du zu schnell unterwegs?

3.2 Fastenzeit

Herr X hat sich um die Fastenzeit durchzustehen einen Ringbauch mit einem Meter Radius angefuttert, den er nun stolz mit sich herumträgt.



Er rennt nun mit der Geschwindigkeit $v_x = \sqrt{3}c/2$ auf einen Schuppen zu, der laut Hersteller in x-Richtung eine Breite von einem Meter und in y-Richtung eine Breite von drei Metern hat.

- a) Berechnen Sie die Länge und Breite des Schuppens im Bezugssystem des Herrn X.
Der vordere Endpunkt des Ringbauchs sei mit P_b und der hintere Endpunkt des Ringbauchs mit P_a zu bezeichnen. Der Eingang und Ausgang des Schuppens sei weiterhin mit B_a und B_b zu bezeichnen.
- b) Stellen Sie die Matrix der Lorentztransformation auf. Benennen Sie das Ereignis, wenn P_b auf B_a trifft in beiden Bezugssystemen (Läufer und Schuppen) mit $(ct, x) = (0, 0) = (ct', x')$. Finden sie in beiden Bezugssystemen die Koordinaten von
 - P_b trifft B_b
 - P_a trifft B_a
 - P_a trifft B_b
- c) Beschreiben Sie den Vorgang mit Hilfe von Minkowski-Diagrammen in beiden Bezugssystem und diskutieren Sie in beiden Bezugssystem die Frage: "Passt Herr X in den Schuppen?"

3.3 Zeitdilatation

Ein eiliger LKW Fahrer (Länge des LKWs ist $10m$) wird auf der A1 wegen seiner überhöhten Geschwindigkeit von $c/5$ von einer Polizistin, die am Straßenrand lauert, geblitzt. Da der Laster so schnell war, kann sie das Blitzsignal nur noch hinterherschicken. Als das Blitzlicht den Hinterteil des Lasters erreicht stehen die Uhren der Polizistin und des Fahrers auf Null.

- a) Veranschaulichen Sie sich den Prozess mit einem Minkowski Diagramm.
- b) Berechnen sie die Zeit, die beide Uhren anzeigen, als das Blitzlicht die Fahrerkabine erreicht.
- c) Der Seitenspiegel an der Fahrerkabine wirft das Licht zurück. Berechnen Sie die Zeit, die beide Uhren anzeigen, als das reflektierte Licht wieder am hinteren Ende des Lasters vorbeikommt. Interpretieren Sie das Ergebnis.

3.4 Der Ball ist rund

Ein Kommentator berichtet vom Finalspiel Salzburg gegen Rapid. Der Ball überquert die Torlinie. Die Stadionkoordinaten für dieses Ereignis sind $(tc, x, y, z) = ((90Min + 2 \cdot 10^{-10}s)c, 50m, 10m, 0)$. Ausserdem pfeift der Schiedsrichter das Spiel ab. Die Stadionkoordinaten für dieses Ereignis sind $(ct, x, y, z) = (c90Min, 0, 0, 0)$.

- a) Wie schnell müsste der Kommentator in x-Richtung unterwegs sein, damit der Ball in seinem Koordinatensystem nur $1 \cdot 10^{-10}$ Sekunden nach dem Abpfiff über die Torlinie rollt? Diskutieren Sie die Möglichkeit, ob es Inertialsysteme gibt, in denen die Ereignisse am gleichen Ort bzw. zur gleichen Zeit stattfinden.

- b) Da nun die Probleme mit dem modernen Tempofussball hinlänglich diskutiert sind, bleibt nur noch die Frage, ist der Ball denn wirklich rund? Bzw. "Kann ein Fussballer sein Sportgerät so schnell schießen, dass er für die Zuschauer von allen Seiten annähernd die Form eines Rugbyballs annimmt?" Falls die Antwort NEIN lautet, Folgefrage: "Kann ein Rugbyspieler seinen Ball so schnell schießen dass er für die Zuschauer von allen Seiten annähernd die Form eines Fussballs annimmt?" Falls die Antwort JA lautet, Folgefragen: "Wie, und was ist da los mit der Vertauschbarkeit der Systeme?" Begründen sie jeweils ihre Antworten.

Ankreuzbar: 1abc, 2a, 2bc, 3a, 3bc, 4 (jeweils 1 Punkt)