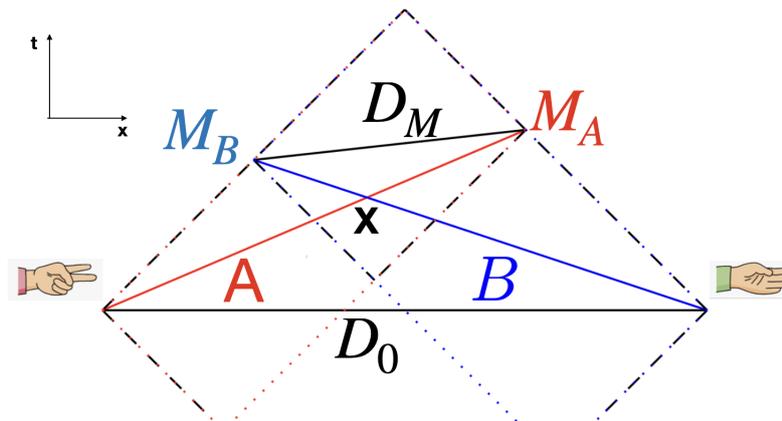


4. Tutorium

für 12.04.2024

4.1 Schere Stein und Strahlensatz

Frau Marina Huerta (A) und Herr Horacio Casini (B) spielen interstellares ‘‘Schere Stein Papier’’ auf zwei Planeten die im Ruhesystem den Abstand D_0 haben. Um einen gerechten Spielverlauf zu garantieren haben sie vereinbart sich gleichzeitig ein Lichtsignal mit ihrer Wahl (Schere, Stein, oder Papier) zuzusenden. Natürlicher sind beide sehr neugierig und beschließen, gleichzeitig mit dem Absenden der Nachricht, dem Lichtsignal des Gegners heimlich mit Überlichtgeschwindigkeit (jeweils v_A^μ und v_B^μ) entgegen zu fliegen. Der Einfachheit halber legen wir das Ereignis wenn A ihre Wahl abschickt als den Nullpunkt fest.



- Beide staunen nicht schlecht, als sie sich unterwegs begegnen. Berechnen Sie die Koordinaten dieses Ereignisses X .
- Berechnen sie die Koordinaten der Ereignisse M_B^μ und M_A^μ , wenn A und B jeweils die Information des Anderen abfangen. Der Raumzeitliche Abstand dieser Ereignisse laute $D_M^\mu = M_A^\mu - M_B^\mu$.
- Zeigen sie, daß unabhängig von den Geschwindigkeiten $|v_A|, |v_B| > c$ die Relation $D_M^2 D_0^2 = A^2 B^2$ gilt, wobei sich die Quadrate auf Raumzeitabstände beziehen.

- d) Nehmen wir nun an, daß $|v_A| = |v_B|$ und berechnen die Kontraktionen mit der euklidischen Metrik. Zeigen sie daß zwar $D_M^2 D_0^2 \neq A^2 B^2$ aber nun gilt daß $X^2 D_M^2 = (M_A - X)^2 D_0^2$.

4.2 Doppler

Der hellere Stern eines Doppelsternsystems bewegt sich auf einer Kreisbahn (Rotationsachse z) mit Winkelgeschwindigkeit ω und Radius R (gemessen im Schwerpunkt des Dopplersystems). Das Spektrum dieses Sterns enthält eine Linie mit Frequenz f .

- Ein Beobachter B_1 ist sehr weit entfernt in z -Richtung stationiert und bewegt sich mit Geschwindigkeit β auf den Schwerpunkt des Sternensystems zu. Welche Geschwindigkeit und welche Rapidität (die Letztere nur in z -Richtung) hat der hellere Stern für diesen Beobachter?
- Ein Beobachter B_2 ist sehr weit entfernt in x -Richtung stationiert und bewegt sich mit Geschwindigkeit β von dem Schwerpunkt des Sternensystems weg. Welche Geschwindigkeit und welche Rapidität (die Letztere in x -Richtung) hat der hellere Stern für diesen Beobachter? Hierbei kann vereinfachend angenommen werden, dass sich der Beobachter sehr weit weg von dem Sternensystem befindet und dass $t \gg R/c$.
- Skizzieren Sie die Frequenzkurve, die die Beobachter $B_{1/2}$ über eine Periode von der Spektrallinie aufzeichnen.

4.3 Feldstärketensor

a) Drücke die Lorentzskalare $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$, $\tilde{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$, $\tilde{F}^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}$, wobei $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\sigma\tau} F_{\sigma\tau}$, durch \vec{E} , \vec{B} aus.

b) Gibt es noch weitere Invarianten, die quadratisch in \vec{E} und \vec{B} sind?

c) Kann es ein elektromagnetisches Feld geben, welches in einem Inertialsystem rein elektrisch ist und in einem anderen rein magnetisch? Welche Kriterien müssen erfüllt sein, damit es ein Inertialsystem gibt, in dem das elektrische Feld verschwindet?

Hinweis: Verwende die Resultate aus Aufgabe (a).

4.4 Hau-Ruck!

Der Ruck (engl. „jerk“) ist definiert als die Ableitung der Beschleunigung nach der Zeit: $\vec{j} = d\vec{a}/dt$. Analog zur Vierergeschwindigkeit $u^\mu = dx^\mu/d\tau$

und zur Viererbeschleunigung $a^\mu = du^\mu/d\tau$ könnte man einen Viererruck¹ wie folgt definieren:

$$j^\mu = \frac{da^\mu}{d\tau}.$$

- a) Berechne die (Dreier-)komponenten des Viererrucks j^μ . Drücke das Ergebnis durch Dreiergeschwindigkeit, Dreierbeschleunigung, und Dreierruck aus.
- b) Zeige, dass der Viererruck im momentanen Ruhesystem ($\vec{v} = 0$) nicht raumartig sein muss.
- c) Zeige, dass sich ein relativistischer Viererruck, für den allgemein $J^\mu u_\mu = 0$ gilt (und der somit wie die Viererbeschleunigung im momentanen Ruhesystem immer raumartig ist), wie folgt definieren lässt:

$$J^\mu \equiv j^\mu + \alpha a^\nu a_\nu u^\mu.$$

Welchen Wert hat die Konstante α (die nicht mehr von u , a , j , ... abhängt)?

Ankreuzbar: 1ab, 1bc, 2, 3, 4ab, 4c (jeweils 1 Punkt)

¹Der Viererruck soll nicht mit dem Viererstrom j^μ verwechselt werden.