

# 1. Tutorium - VU Quantentheorie 1 - 10.10.2008

1. Gegeben sei die folgende komplexe Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Überprüfen Sie ob  $A$  hermitesch bzw. unitär ist.
  - (b) Bestimmen Sie die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren der Matrix  $A$ . Bringen Sie Ihre Ergebnisse mit Punkt (a) in Verbindung.
  - (c) Zeigen Sie, dass die Eigenvektoren von  $A$  eine orthogonale und vollständige Basis bilden.
2. Gegeben sei ein eindimensionaler Stab der Länge  $L$ , dessen Temperatur  $T$  als Funktion des Ortes  $x \in [0, L]$  und der Zeit  $t \in (0, \infty)$  untersucht werden soll. Lösen Sie dazu die Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (1)$$

wobei  $\kappa$  der Temperatur-Leitwert ist. (Der Wert  $\kappa$  bestimmt die Zeit, die zum Temperatúrausgleich benötigt wird.) Verwenden Sie zur Lösung obiger Differentialgleichung folgende Randbedingungen:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0 \quad \text{und} \quad T(L, t) = 0, \quad (2)$$

für alle Zeiten  $t > 0$ .

- (a) Geben Sie den Randbedingungen physikalischen Sinn und lösen Sie das Randwertproblem mittels Separation.
- (b) Zum Zeitpunkt  $t = 0$  sei der ganze Stab auf konstanter Temperatur  $T = 1/2$ . Passen Sie die aus Punkt (a) hervorgehende Lösung an diesen Anfangswert an.
- (c) Diskutieren Sie, wie das Verhalten von  $T(x, t)$  vom Temperatur-Leitwert  $\kappa$  abhängt und stellen Sie den Verlauf von  $T(x, t)$  mit

Hilfe des Computers graphisch dar. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse physikalisch.

*Hinweis: Zur graphischen Darstellung geeignete Computerprogramme stehen den Studierenden an der TU verbilligt zur Verfügung (sh. dazu: <http://sts.tuwien.ac.at/sss.php>).*

- (d) Vergleichen Sie obige Wärmeleitungsgleichung mit der Schrödingergleichung und diskutieren Sie die Unterschiede in der Struktur dieser beiden Gleichungen.