# 4. Tutorium - VU Quantentheorie 1 - 31.10.2008

1. Für das Potential von Bsp. 1 der vorigen Woche sind die Streuzustände (anstelle der gebundenen Zustände) zu berechnen. Lösen Sie dazu folgende Aufgaben:

   (a) Auf das Potential falle in positiver $x$-Richtung laufend ein Strom von Teilchen der Masse $m$ und Energie $E = \hbar^2 D^2/(2m)$ ein. Berechnen Sie die Transmissionswahrscheinlichkeit $T$ als Funktion von $Da$ und skizzieren Sie Ihr Ergebnis.

   (b) Bestimmen Sie die Reflexionswahrscheinlichkeit $R$ aus der Unitaritätsbedingung der Streumatrix (Flusserhaltung) und zeichnen Sie den Verlauf von $R$ in Ihre Skizze ein.

   (c) Bestimmen Sie jene Werte von $Da$, für welche die Transmission am größten bzw. am kleinsten ist, sowie die zugehörigen Werte $T_{\max}$, $T_{\min}$.

   (d) Bringen Sie Ihre Ergebnisse mit dem Konzept eines Fabry-Pérot-Interferometers aus der Optik in Verbindung.

2. Betrachten Sie den in der rückseiten Abbildung dargestellten Aufbau für die Beugung eines von links einfallenden Stroms von Teilchen an einem Spalt mit der Breite $d$. Nehmen Sie an, dass die Wellenfunktion der Teilchen direkt am Spalt ($x = x_0$) durch eine kastenförmige Welle beschrieben wird, die sich in Einfallsrichtung $x$ wie eine ebene Welle mit Impuls $\hbar k_0$ bewegt,

$$\psi(x,y) = \begin{cases} \exp(ik_0 x)/\sqrt{d} & -d/2 \leq y \leq d/2 \\ 0 & |y| \geq d/2 \end{cases} . \tag{1}$$

   Die Teilchen werden auf einem Schirm gemessen, der sich in einem Abstand $L$ vom Spalt befindet.

   (a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte der Funktion $\psi(x,y)$ im Spalt ($x = x_0$). Überprüfen Sie dass die Heisenbergsche Unschärferelation für Ort $y$ und Impuls $p_y$ erfüllt ist. (*Hinweis:* Schätzen Sie die Unschärfen $\sigma_y$, $\sigma_{p_y}$ der Einfachheit halber mit dem Abstand zwischen den ersten beiden Nullstellen der jeweiligen Funktionen ab.)

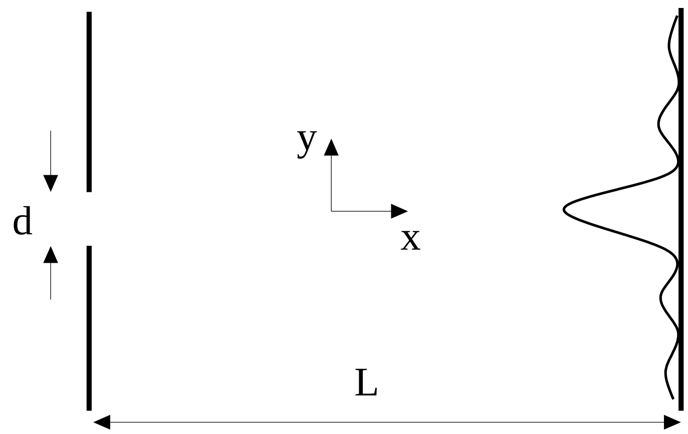


Abbildung 1: Experiment zur Beugung am Spalt.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(y)$ ein Teilchen an der Position $y$ des Schirms ($x = x_0 + L$) zu messen (unter der Annahme $L \gg d, y$). Setzen Sie dafür die Fourier-Transformierte aus (a) in Verbindung mit der Wahrscheinlichkeit, dass die Teilchen einen bestimmten Impuls in $y$-Richtung aufweisen. Gehen Sie weiters davon aus, dass die Impulsverteilung der Teilchen bei der Bewegung zum Schirm gleich ist wie im Spalt und reproduzieren Sie damit das bekannte Resultat aus der Beugungstheorie,

$$P(y) = C \left[ \frac{\sin(Ay)}{Ay} \right]^2 . \tag{2}$$

Bestimmten Sie die Konstanten $A$, $C$.

(c) Erläutern Sie Ihr obiges Ergebnis für $P(y)$ anhand des Huygensschen Prinzips (sh. dazu optische Beugung am Spalt).