

11. Tutorium - Quantentheorie I - 15.1.10

1. Eigenzustände und Eigenwerte zu \hat{L}_x und \hat{L}_y (Fortsetzung)

Betrachten Sie ein Teilchen im Zustand

$$|\psi\rangle = \alpha[2|1\ 1\rangle + (1-i)|2\ 1\ -1\rangle] \quad (1)$$

wobei $|n\ l\ m\rangle$ die Eigenzustände des Wasserstoffatoms bezeichne.

- Normieren Sie den Zustand.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung von L_x den Messwert $+\hbar$ zu erhalten? Geben Sie den Erwartungswert $\langle L_x \rangle$ an. Benutzen Sie die Resultate aus Bsp. 1 der letzten Woche.
- Es werde das Messwertpaar (L_x, L_z) gemessen, indem zuerst der Drehimpuls in z Richtung, und dann der Drehimpuls in x Richtung gemessen wird. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dabei das Meßwertpaar $(\hbar, -\hbar)$ zu messen?
- Die Reihenfolge der Messung in obiger Rechnung wird nunmehr umgedreht (d.h. erst L_x , dann L_z). Ändert das die Wahrscheinlichkeit? Warum (nicht)?

2. Spin

Betrachten Sie ein Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen im homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B_z)$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei das System im Zustand $|\psi(t=0)\rangle = (|+\rangle + |-\rangle)/\sqrt{2}$ (Die Kets $|\pm\rangle$ bezeichnen die Eigenzustände von S_z).

- Wie entwickelt sich der Zustand $|\psi\rangle$ mit der Zeit? (Hinweis: $H \propto \vec{B} \cdot \vec{S}$)
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in x -Richtung spin "up" zu messen als Funktion der Zeit?
- Wie ändern sich die Resultate aus (a) und (b), wenn das Magnetfeld in x -Richtung zeigt, d.h. $\vec{B} = (B_x, 0, 0)$.

3. Drehimpulsaddition

Betrachten Sie zwei Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen im homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B_z)$.

- Welche Zustände gibt es in der Produktbasis der Spins $|s\ m_s\rangle^{(1)} \otimes |s\ m_s\rangle^{(2)}$?
- Welche Zustände gibt es in der Basis des Gesamtspins $|j\ m_j\ s^{(1)}\ s^{(2)}\rangle$?
- Berechnen Sie die Koeffizienten des Basiswechsels zwischen den beiden Basen. Vergleichen Sie ihr Resultat mit einer Clebsch-Gordan Koeffiziententabelle (siehe z.B. Übungshomepage).
- Wie groß ist in den Zuständen der Gesamtdrehimpuls-Basis jeweils die Spin-Spin Wechselwirkung $H_{SS} = \alpha \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$?

❄Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins Jahr 2010!❄

Zu kreuzen: 1ab, 1cd, 2, 3abc, 3d