Musterlösung zum 9. Tutorium der Quantentheorie VU 1 2010

13. Januar 2011

1 Beispiel 1

a

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K}{\mu}} = 5,6 * 10^{13} \text{ Hz} \tag{1}$$

b

$$E = \frac{\hbar\omega}{2} = 0,116 \text{ eV} \tag{2}$$

c

$$\Delta E = \hbar\omega = 0,233 \text{ eV} \tag{3}$$

2 Beispiel 2

Aus der Normierungsbedingung folgt

$$|\alpha| = \sqrt{1 - |\beta|^2} \tag{4}$$

Für die Beträge von α und β ergibt sich

$$|\alpha| = |\beta| = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

.

Als absolute Phase wählen wir (= frei wählbar, damit verändern wir den Zustand nicht)

$$\beta = |\beta| \tag{6}$$

$$\alpha = |\alpha| \cdot e^{i\phi} \tag{7}$$

mit $\phi = \frac{(2n+1)\pi}{2}$

Zusammenfassend schaut die Wellenfunktion dieses Zustandes dann wie folgt aus:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi}(|0\rangle + |1\rangle) \tag{8}$$

3 Beispiel 3

a

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{9}$$

b

Zeitunabhängige Glauberzustände werden durch folgende Form definiert:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \tag{10}$$

Wenden wir die Bedingung an, dass der qm. Erwartungswert mit der klassischen Bewegung übereinstimmen soll, erhalten wir folgende Ergebnisse:

$$x_0 = 3.13733 * 10^{-18}\mathrm{m} \tag{11}$$

und

$$|\alpha| = \frac{x_{max}}{x_0\sqrt{2}} = 5.40923 * 10^{17} \tag{12}$$

c

$$\Delta x = \sqrt{\langle \hat{x}^2 \rangle - \langle \hat{x} \rangle^2} = [...] = \frac{x_0^2}{2} \tag{13}$$

Die Ortsunschärfe beträgt also in etwa 10^{-18}m und ist damit um einen Faktor 1000 kleiner als der Durchmesser eines Neutrons (ca. 1 Fermi = fm).

$$\Delta p = \frac{p_0^2}{2} \tag{14}$$

d

$$\Delta E = \hbar\omega|\alpha| \tag{15}$$

und

$$\frac{\Delta E}{\langle E \rangle} \approx \frac{1}{|\alpha|} \ll 1 \tag{16}$$

e

Die Wahrscheinlichkeit die Energie $E_n = \hbar\omega(2n+1)/2$ zu messen ist gleichbedeutend mit der Wahrscheinlichkeit den Zustand n zu messen.

Anwendung des Projektionsoperators auf $|\alpha\rangle$

$$W(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = e^{-|\alpha|^2} \cdot \frac{\alpha^{2n}}{n!} \tag{17}$$

Diese Verteilung entpricht einer Poissonverteilung und gibt an, wie stark die einzelnen Eigenfunktionen $|n\rangle$ im Zustand $|\alpha\rangle$ besetzt sind.