
8. Übung zur Quantenmechanik I

Wintersemester 2011/2012

TUTORIUM: Freitag, 09.12.2011.

15. Vollst. Satz kommutierender Observablen 1+2+2+1=6 Punkte

Gegeben seien die Operatoren H und O für ein drei Niveau System in der (normierten) Basis $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$, wobei

$$H = \hbar\omega_0 (|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2| - |3\rangle\langle 3|)$$

und

$$O = b (|1\rangle\langle 1| + |2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|),$$

mit b, ω_0 reellen und positiven Konstanten.

- a) Zeigen Sie dass, H und O hermitesch sind und $[H, O] = 0$.
- b) Geben Sie explizit eine gemeinsame Basis der Eigenvektoren von H und O an.
- c) Welche der folgenden Mengen von Operatoren ist ein vollständiger Satz kommutierender Observablen (d.h. die gleichzeitigen Eigenfunktionen zu beiden Operatoren sind nicht mehr entartet) ?
(i) $\{H\}$, (ii) $\{O\}$, (iii) $\{H, O\}$, (iv) $\{H^2, O\}$.
- d) Betrachten Sie jetzt ein freies Teilchen, $H = \frac{p^2}{2m}$, und geben Sie einen vollständigen Satz kommutierender Observablen an, der H inkludiert.

16. Reelle Wellenfunktionen 1+2+1=4 Punkte

Gegeben ist der Operator der komplexen Konjugation

$$\begin{aligned} \mathcal{C} : \mathcal{H} &\rightarrow \mathcal{H} \\ \psi(x) &\rightarrow \mathcal{C}\psi(x) = \psi^*(x). \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, \mathcal{C} kommutiert mit $H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$. Welche Eigenwerte hat \mathcal{C} ?
- b) Zeigen Sie, nicht-entartete Wellenfunktionen sind bis auf einen Phasenvorfaktor rein reell.
- c) Überlegen Sie, in welcher physikalischen Situation (für welche Art Hamilton-Operator) **b)** (und **a)**) nicht mehr gilt.