Technische Universität Wien

Prof. Dr. K. Held
Dr. G. Sangiovanni, Dr. A. Toschi Dr. A. Toth, Dipl.-Ing. G. Rohringer

9. Übung zur Quantenmechanik I

Wintersemester 2011/2012

TUTORIUM: Freitag, 16.12.2011.

17. Spin und Heisenbergsche Unschärfe-Relation *2+1+1+1=5 Punkte*

Der Spin des Elektrons[1] lässt sich durch einen 2-komponentigen Vektor sowie die drei Obervablen S_x, S_y und S_z beschreiben. In der z-Basis ist $S_i = \frac{\hbar}{2}\sigma_i$ mit den Paulimatritzen

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie dass, die Spin-Operatoren der gleichen Kommutationsrelation genügen wie die Drehimpulse d.h. $[S_i, S_j] = \mathrm{i}\hbar\epsilon_{ijk}S_k$.

b) Berechnen Sie für die Eigenzustände von S_z alle Erwartungswerte $\langle S_i \rangle$ und Standardabweichungen ΔS_i.

c) Überprüfen Sie, ob die Heisenbergsche Unschärfe-Relation für **b)** erfüllt ist.

d) Definieren Sie wie für den Drehimpuls Leiteroperatoren $S_\pm$, die den Spin in z-Richtung erhöhen/verringern und berechnen Sie explizit $[S_z, S_\pm]$ und $[S_+, S_-]$.

18. Darstellung des Drehimpulsoperators *3+1+1=5 Punkte*

a) Konstruieren Sie die Eigenvektoren von L_x im gemeinsamen, dreidimensionalen Eigenunterraum von L^2 und L_z zur (L^2)-Quantenzahl $l = 1$, der durch die Basis gegeben ist: $\{|l = 1, m = 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle\}$.

b) Wie lauten die dazugehörigen Eigenwerte von L_x?

c) Sie messen zunächst L_z und unmittelbar danach L_x. Mit welcher Wahrscheinlichkeit messen Sie – in Abhängigkeit vom Ergebnis der ersten Messung – welche Eigenwerte bei der 2. Messung?

[1] Dieser folgt aus der Dirac-Glg. s. Quantentheorie II.