

# 7. Tutorium - Quantentheorie I - 14.12.2012

1. Betrachten Sie die normierten Eigenzustände  $|l, m\rangle$  der Drehimpulsoperatoren  $\hat{L}^2$  und  $\hat{L}_z$  mit  $l = 1$  und  $m = -1, 0, 1$ . (Es gilt  $\hat{L}^2 |l, m\rangle = \hbar^2 l(l+1) |l, m\rangle$  und  $\hat{L}_z |l, m\rangle = \hbar m |l, m\rangle$ .)
  - a) Verwenden Sie die Leiteroperatoren  $\hat{L}_+$ ,  $\hat{L}_-$ , um die Wirkung von  $\hat{L}_x$  auf die Zustände  $|l, m\rangle$  zu berechnen.
  - b) Bestimmen Sie die normierten Eigenzustände und Eigenwerte von  $\hat{L}_x$ , indem Sie die gesuchten Eigenzustände in der Basis der  $|l, m\rangle$  allgemein ausdrücken und das Eigenwertproblem algebraisch lösen (ohne Kugelflächenfunktionen). Nachdem keine Achse des Raumes gegenüber einer anderen ausgezeichnet ist, sollten Sie für  $\hat{L}_x$  dieselben Eigenwerte bekommen wie für  $\hat{L}_z$ .
2. Der Drehimpuls eines Teilchens sei durch folgende Superposition von zwei normierten Drehimpuls-Eigenzuständen  $|l, m\rangle$  festgelegt:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|3, 2\rangle - |3, -1\rangle).$$

- a) Ermitteln Sie die Erwartungswerte von  $\hat{L}^2$  und  $\hat{L}_z$  im Zustand  $|\psi\rangle$ . Überlegen Sie, wie Sie Ihre Ergebnisse ohne explizite Rechnung erlangen können.
  - b) Berechnen Sie für den Zustand  $|\psi\rangle$  den Erwartungswert der  $y$ -Komponente des Bahndrehimpulses indem Sie  $\hat{L}_y$  durch die Leiteroperatoren  $\hat{L}_+$ ,  $\hat{L}_-$  darstellen.
3. Im vergangenen Tutorium wurde der Vibrationsfreiheitsgrad des Chlormoleküls ( $\text{Cl}_2$ ) behandelt. Betrachten Sie nun den Rotationsfreiheitsgrad dieses Moleküls.
    - a) Überlegen Sie, wie die Rotationsenergie des Moleküls mit seinem Trägheitsmoment und seinem Drehimpuls in Zusammenhang steht. Erläutern Sie, wie Sie auf Basis dieses klassischen Zusammenhangs und durch die quantenmechanische Drehimpulsquantelung diskrete Niveaus für die Rotationsenergie erhalten.

- b) Schätzen Sie den Abstand zwischen benachbarten Energieniveaus im Rotationspektrum von  $\text{Cl}_2$  ab. (Der mittlere Abstand  $d$  zwischen den beiden Atomkernen des Moleküls kann dabei mit  $d \sim 1 \text{ \AA}$  als bekannt angenommen werden.)
- c) Mit Strahlung welcher Frequenz kann man einen Übergang vom Grundzustand in den ersten angeregten Zustand des Rotationspektrums anregen?
- d) Welches Rotationsniveau entspricht energetisch ungefähr dem ersten angeregten Zustand des **Vibrationspektrums** (siehe Bsp. 1 der Vorwoche)?

Zu kreuzen: 1, 2, 3