

---

### 3. Plenum zur Quantenmechanik I

---

Wintersemester 2013/2014

**Plenum: Mittwoch, 20.11.2013.**

#### Zeitentwicklung und Messprozess

Gegeben sei ein quantenmechanisches Teilchen mit Spin  $\frac{1}{2}$ . Dieses Teilchen besitzt ein magnetisches Moment und wechselwirkt daher mit einem äußeren magnetischen Feld. Das Teilchen sei an einem bestimmten Ort fixiert. Liegt das magnetische Feld  $\vec{B}$  in  $y$ -Richtung an  $\vec{B} = B\hat{e}_y$ , so lautet der dem System zugehörige Hamiltonoperator<sup>1</sup>

$$\hat{H} = -g(i|2\rangle\langle 1| - i|1\rangle\langle 2|) \quad (1)$$

mit  $g = g_e\mu_B B$  ( $g_e$  bezeichnet den Landé-Faktor und  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton). Die Zustände  $\{|S_z\rangle = \{|1\rangle, |2\rangle\} = \{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$  bilden dabei ein vollständiges orthonormiertes Basissystem und repräsentieren die beiden möglichen Spineinstellungen (up und down). Wir werden Messungen von  $S_z$  bzw.  $S_x$  durchführen und definieren die entsprechenden hermiteschen Operatoren als<sup>1</sup>

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}(|1\rangle\langle 1| - |2\rangle\langle 2|) \quad \text{bzw.} \quad \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|) \quad (2)$$

Das System befindet sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  im Zustand

$$|\Psi(t=0)\rangle = |2\rangle.$$

- Berechnen Sie den Zustand  $|\Psi(t)\rangle$  für den Zeitpunkt  $t = t^* > 0$ .
- Berechnen Sie den Erwartungswert  $\langle S_z(t^*) \rangle$ . Welche Messwerte sind für die Observable  $S_z$  möglich, wenn man sie bei  $t = t^*$  misst, d.h. welche Messergebnisse werden Sie mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommen?
- Direkt nach der Messung von  $S_z$  bei  $t = t^*$  wird die Observable  $S_x$  gemessen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden welche mögliche Messwerte von  $S_x$  in Abhängigkeit des Ausgangs der vorherigen Messung gefunden?

---

<sup>1</sup>Warum der Hamiltonoperator und die nachfolgenden Operatoren so aussehen, wird noch eingehender in der Vorlesung besprochen. Für die Illustration des Messprozesses eignet sich das Spin- $\frac{1}{2}$ -System aufgrund seiner Einfachheit sehr gut.