

9. Tutorium - Quantentheorie I

12.12.2014

1. Ein Teilchen der Masse m befinde sich im harmonischen Oszillatorpotential $V(x) = m\omega^2 x^2/2$.

- a) Konstruieren Sie einen normierten Zustand als Linearkombination aus dem 2. angeregten Zustand $|2\rangle$ und dem dritten angeregten Zustand $|3\rangle$,

$$|\psi\rangle = \alpha|2\rangle + \beta|3\rangle, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C},$$

sodass der Erwartungswert $\langle x \rangle$ im Zustand $|\psi\rangle$ maximal wird.

Hinweis: Betrachten Sie separat die Beträge und die relative Phase der komplexen Konstanten α, β .

- b) Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde sich nun das Teilchen im Zustand

$$|\psi_{t=0}\rangle = \alpha|2\rangle + \beta|3\rangle,$$

wobei α und β in a) bereits bestimmt wurden.

- i. Geben Sie die zeitliche Entwicklung des Zustandes $|\psi_t\rangle$ für beliebigen Zeiten $t > 0$ an.
 - ii. Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle x \rangle$ im Zustand $|\psi_t\rangle$ zum Zeitpunkt t .
 - iii. Zu welchem frühesten Zeitpunkt T geht der Zustand $|\psi_T\rangle$ wieder in den Zustand $|\psi_{t=0}\rangle$ über?
2. Betrachten Sie die normierten Eigenzustände $|l m\rangle$ der Drehimpulsoperatoren \hat{L}^2 und \hat{L}_z mit $l = 1$ und den entsprechenden möglichen Werten für m . (Welche sind das?) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen von \hat{L}_x bezüglich der Basis $|l m\rangle$ algebraisch.
- a) Verwenden Sie Leiteroperatoren um die Matrixelemente von \hat{L}_x bezüglich der Basis $|l m\rangle$ zu bestimmen.

- b) Lösen Sie das auftretende Gleichungssystem. Warum ergeben sich für die Eigenwerte von \hat{L}_x die selben Werte wie für \hat{L}_z ? Was ist dem entsprechend für die Eigenwerte von \hat{L}_y zu erwarten?
3. Im vergangenen Tutorium wurde der Vibrationsfreiheitsgrad von Stickstoffmonoxid behandelt. Betrachten Sie nun den Rotationsfreiheitsgrad dieses Moleküls.
- a) Überlegen Sie, wie die Rotationsenergie des Moleküls mit seinem Trägheitsmoment und seinem Drehimpuls in Zusammenhang steht. Erläutern Sie, wie Sie auf Basis dieses klassischen Zusammenhangs und durch die Drehimpulsquantisierung diskrete Werte für die Rotationsenergie erhalten.
- b) Schätzen Sie den Abstand zwischen benachbarten Energieniveaus im Rotationsspektrum von NO ab. (Der mittlere Abstand d zwischen den beiden Atomkernen des Moleküls kann dabei mit $d \approx 1.15 \text{ \AA}$ als bekannt angenommen werden.) Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit den zuvor berechneten Vibrationsanregungen bzw. mit den elektronischen Anregungen im Bereich einiger eV.
- c) Nehmen Sie nun an, Sie stünden vor der Aufgabe ein Gerät zur Messung des NO-Gehalts in der Luft zu konstruieren. Strahlung welcher Wellenlänge muss dieses Messgerät erzeugen, wenn die Molekül-Detektion auf Basis der Rotationsspektren erfolgen soll?

Zu kreuzen: 1,2,3