

Ergänzung zu Musterlösung für
Aufgabe 5 (Übungsblatt 3)

Wir können hier allgemein $\Psi(x)$ reell wählen. Die Schrödinger-Gl. läßt sich sowohl für $\Psi(x)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Psi''(x) + (V-E)\Psi(x) = 0$$

als auch für $\Psi^*(x)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Psi^{*''}(x) + (V-E)\Psi^*(x) = 0$$

Falls $\Psi(x) \neq c \Psi^*(x)$ ist E eckartet.

Der Lösungsraum kann beschrieben werden durch die orthogonalen Linearkombinationen

$$\Psi_1 = \frac{1}{2}(\Psi + \Psi^*) \quad \text{und} \quad \Psi_2 = \frac{1}{2i}(\Psi - \Psi^*)$$

Ψ_1 und Ψ_2 sind dann reell.

Gebundene Zustände in 1D sind nicht eckartet (siehe Pleum 1 von Jan Tomczak), d.h. es muss

$\Psi_2 = a \Psi_1$ gelten mit $a \in \mathbb{R}$ (weil Ψ_1, Ψ_2 reell)

Dann $\Psi = \Psi_1 + i \Psi_2 = \Psi_1 + ia \Psi_1 = \frac{e^{ib}}{\sqrt{1+a^2}} \Psi_1$; $b \in \mathbb{R}$

d.h. Ψ ist bis auf Phasenfaktor mit Ψ_1 identisch und man kann Ψ reell wählen.