Technische Universität Wien

Prof. K. Held, Prof. A. Toschi, Dr. J. Tomczak
Dr. A. Kauch

1. Plenum zur Quantenmechanik I

Wintersemester 2013/2014

PLENUM: Mittwoch, 17.10.2018.

1. Endliches Kastenpotential in einer Dimension

Wir betrachten das folgende eindimensionale Potential ($V_0 > 0$)

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \geq L/2 \\ -V_0 & |x| < L/2 \end{cases} \tag{1}$$

a) Geben Sie Ansätze für die Wellenfunktionen $\psi_i(x)$ (i =I, II, III) an, welche die Schrödingergleichung in den drei Teilbereichen (I: $x < -L/2$, II: $-L/2 \leq x \leq L/2$, III: $x > L/2$) lösen.

b) Das System hat *a priori* drei Energieregime: (i) $E < -V_0$, (ii) $-V_0 < E < 0$, (iii) $E > 0$. Existiert in allen Fällen eine Lösung? Charakterisieren Sie mögliche Lösungen gemäß des Abklingverhaltens bei großen Distanzen der Ansätze aus (a): Für welche Fälle gibt es gebundene Zustände?

c) Die Lösung eines Problems kann oft vereinfacht werden, indem man sich Symmetrieeigenschaften zu Nutze macht. Das Potential (1) ist symmetrisch: $V(x) = V(-x)$. Zeigen Sie, dass in solch einem Fall Eigenzustände $\psi(x)$ entweder symmetrisch oder anti-symmetrisch sind.

d) Stellen Sie nun die Randbedingungen für die globale Lösung des Problems auf. Leiten Sie aus den entstehenden linearen Gleichungssystemen für symmetrische und anti-symmetrische Zustände Bedingungen für die Energieeigenwerte her. Mit den Abkürzungen $k = \sqrt{-2mE}/\hbar$, $\kappa = \sqrt{2m(V_0 + E)}/\hbar$, sowie $k_0^2 = k^2 + \kappa^2$ ergeben sich z.B. für symmetrische Lösungen die Bedingungen: $k = k_0 \,|\cos(kL/2)|$ mit $\tan(kL/2) > 0$.

e) Lösen Sie diese Bedingungsgleichungen graphisch und diskutieren Sie das Ergebnis. Ist der Grundzustand symmetrisch oder anti-symmetrisch? Gibt es immer beide Arten von Lösungen?