1. **(17 Punkte)** Wir betrachten ein Teilchen der Masse m, das sich im Potential des eindimensionalen harmonischen Oszillators $\hat{V}(\hat{x}) = m\omega^2\hat{x}^2/2$ befindet.

   (a) Betrachten Sie die Leiteroperatoren $\hat{a}$ und $\hat{a}^\dagger$, gegeben durch

   $$\hat{a} = \frac{m\omega\hat{x} + i\hat{p}}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \quad \text{und} \quad \hat{a}^\dagger = \frac{m\omega\hat{x} - i\hat{p}}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \tag{1}$$

   Berechnen Sie explizit die Kommutatoren $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$ und $[\hat{N}, \hat{a}]$, wobei $\hat{N} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ der Besetzungszahloperator ist.
   Hinweis: Es ist hilfreich, in der Rechnung das Ergebnis des Kommutators $[\hat{x}, \hat{p}]$ zu verwenden, das als bekannt vorausgesetzt wird.

   (b) Sei $|n\rangle$ der n-te Energieeigenzustand des harmonischen Oszillators. Zeigen Sie unter Verwendung der Kommutatorbeziehungen aus (a) und der Relation $\hat{N}\,|n\rangle = n\,|n\rangle$ explizit, wie $\hat{a}$ auf den Zustand $|n\rangle$ wirkt (inklusive Normierung).

   (c) Der Grundzustand $|0\rangle$ lässt sich im Ortsraum mit der folgenden Wellenfunktion darstellen:

   $$\langle x|0\rangle = \psi_0(x) = N e^{-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2}, \tag{2}$$

   wobei N ein Normierungsfaktor ist. Berechnen Sie die Wirkung des Operators $\hat{a}$ auf den Grundzustand, indem Sie ihn in der in Punkt (a) gegebenen Darstellung im Ortsraum auf die Wellenfunktion $\psi_0(x)$ wirken lassen.

   (d) Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinde sich der harmonische Oszillator nun im kohärenten Glauber-Zustand

   $$|\phi_\alpha(t=0)\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,|n\rangle \;, \quad \alpha \in \mathbb{C}. \tag{3}$$

   Zeigen Sie, dass der Glauber-Zustand $|\phi_\alpha(t=0)\rangle$ ein Eigenzustand von $\hat{a}$ ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.

   (e) Berechnen Sie den Zustand $|\phi_\alpha(t)\rangle$ für einen beliebigen Zeitpunkt $t > 0$. Zeigen Sie, dass sich dieser Zustand in der Form $|\phi_\alpha(t)\rangle = e^{-i\omega t/2}\left|\phi_{\alpha(t)}(t=0)\right\rangle$ schreiben lässt und bestimmen Sie den Ausdruck für $\alpha(t)$.

$\boxed{1}$ $\hat{V}(\hat{x}) = \frac{1}{2} m\omega^2 \hat{x}^2$ Σ 17 Pt.

a) $$[a, a^\dagger] = \frac{1}{2m\omega\hbar} \left[m\omega\hat{x} + i\hat{p},\, m\omega\hat{x} - i\hat{p} \right]$$
$$= \frac{1}{2m\omega\hbar} \left(-im\omega[\hat{x},\hat{p}] + im\omega[\hat{p},\hat{x}] \right)$$

$[\hat{x},\hat{p}] = i\hbar$

$$= \frac{1}{2m\omega\hbar} (2\hbar m\omega) = 1$$

$$[\hat{N}, \hat{a}] = [\hat{a}^\dagger\hat{a}, a] = [a^\dagger, a]a = -a$$

3 pt.

b) $a|n\rangle = ?$

$\{|n\rangle\}$ sind eigenzustände von $\hat{N}$: $\hat{N}|n\rangle = n|n\rangle$

$$\rightsquigarrow \hat{N}\hat{a}|n\rangle = \left(\hat{N}\hat{a} - \hat{a}N + \hat{a}\hat{N}\right)|n\rangle = \left([\hat{N},\hat{a}] + an\right)|n\rangle$$
$$= (-a + na)|n\rangle = (n-1)\hat{a}|n\rangle \propto |n-1\rangle$$

$\rightsquigarrow$ eigenzustand mit einer Anregung weniger

$$\langle n|\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = n\langle n|n\rangle = n \Rightarrow |n-1\rangle = \frac{\hat{a}|n\rangle}{\sqrt{n}}$$

$$\rightsquigarrow a|n\rangle = \sqrt{n}\,|n-1\rangle$$

4 pt.

c) $\Psi_0(x) = N e^{-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2}$

$$\langle x|\hat{a}|0\rangle = \int dx' \langle x|\hat{a}|x'\rangle\langle x'|0\rangle = \int dx' \langle x| \frac{m\omega\hat{x} + i\hat{p}}{\sqrt{2m\omega\hbar}} |x'\rangle\langle x'|0\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \int dx' \left[m\omega x\,\delta(x-x') + \hbar\,\delta(x-x')\,\partial_{x'} \right] \Psi(x') =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \quad N \left[m\omega \, x + \hbar \partial_x \right] e^{-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \quad N \left[m\omega \, x - m\omega \, x \right] e^{-\frac{1}{2}\frac{m\omega}{\hbar}x^2} = 0 \checkmark$$

oder direkt:

$\hat{a}$ in Ortsdarstellung (á la Korrespondenzprinzip): $\dfrac{m\omega x + \hbar \partial_x}{\sqrt{2m\omega\hbar}}$

$\rightsquigarrow \dfrac{m\omega x + \hbar \partial_x}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \psi_0(x) = 0$ (Rechnung siehe oben)

3 pt.

d) $$|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

$$a|\alpha\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \quad a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle =$$

$$= e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \sqrt{n} \, |n-1\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^{n-1}}{\sqrt{(n-1)!}} |n-1\rangle$$

$$= e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha}{\sqrt{n!}} \quad |n\rangle = \underset{\text{eigenwert}}{\alpha} |\alpha\rangle$$

3 pt.

e) Zeitentwicklung mit dem Hamiltonoperator $\rightsquigarrow$ $\{|n\rangle\}$ sind Eigenzustände

$$\rightsquigarrow |\phi_a(t)\rangle = e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\frac{E_n}{\hbar}t} |n\rangle =$$

$$= e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i\omega(n+\frac{1}{2})t} |n\rangle =$$

$$= e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2} e^{-\frac{1}{2}i\omega t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha e^{-i\omega t})^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle = e^{-\frac{1}{2}i\omega t} |\phi_{\alpha(t)}(t=0)\rangle$$

für $\alpha(t) = \alpha e^{-i\omega t}$

4 pt.

2. **(20 Punkte)** Betrachten Sie einen Hamiltonoperator $\hat{H} = \hat{H}_0 + \lambda\hat{V}$ mit unbekannten Eigenenergien E_n und Ordnungsparameter λ. Der Operator $\hat{H}_0$ habe nicht-entartete Eigenenergien ϵ_n und dazugehörige Eigenzustände $|\phi_n\rangle$, mit $n \in \{1, 2, \dots\}$. Die Auswirkung des "kleinen" Störterms $\lambda\hat{V}$ soll nun mit Hilfe der Rayleigh-Schrödinger Störungstheorie untersucht werden.

   (a) Zeigen Sie ausgehend von der stationären Schrödingergleichung, dass die Korrektur für die Eigenenergien ϵ_n in erster Ordnung Störungstheorie gegeben ist durch $E_n^{(1)} = \langle\phi_n|\hat{V}|\phi_n\rangle$. Leiten Sie weiters die Korrektur für die Eigenzustände in erster Ordnung Störungstheorie her.

   Betrachten Sie nun den Hamiltonoperator $\hat{H}_0 = \hat{\mathbf{p}}^2/(2m) - e^2/|\hat{\mathbf{r}}|$ des Wasserstoffatoms, wobei $\hat{\mathbf{r}}$ der Abstandsoperator des Elektrons vom Kern, $m \approx m_\mathrm{e}$ die Masse des Elektrons und $e > 0$ die Einheitsladung in geeigneten Einheiten ist. Die Spinfreiheitsgrade sollen im Folgenden nicht berücksichtigt werden.

   (b) Geben Sie den Grad der Entartung aller Eigenenergien von $\hat{H}_0$ an.
   Hinweis: Es gilt $\sum_{j=0}^{k-1} j = k(k-1)/2$.

   (c) Argumentieren Sie mit Hilfe des Paritätsoperators $\hat{\Pi}$, dass die Eigenzustände von $\hat{H}_0$ eine wohldefinierte Parität besitzen.

   Das Wasserstoffatom wird nun einem homogenen, zeitlich konstanten elektrischen Feld in z-Richtung $\mathbf{F} = (0, 0, F)^\mathrm{T}$, $F > 0$, ausgesetzt. Der Hamiltonoperator für das Wasserstoffatom im elektrischen Feld lautet $\hat{H} = \hat{H}_0 + Fe\hat{z}$, wobei $\hat{z}$ den Ortsoperator der z-Koordinate beschreibt. Die Auswirkungen des elektrischen Felds sollen in erster Ordnung Störungstheorie betrachtet werden.

   (d) Begründen Sie, warum Sie die Ausdrücke aus Teilaufgabe (a) ausschließlich für Korrekturen zum Grundzustand anwenden können.

   (e) Geben Sie die Energiekorrektur des Grundzustands in erster Ordnung Störungstheorie explizit an (Begründung oder Rechnung erforderlich).

$\boxed{2}$ Σ 20 Pt.

(a) $H = H_0 + \lambda V$, $H_0 |\phi_n\rangle = \epsilon_n |\phi_n\rangle$,
$H |\psi_n\rangle = E_n |\psi_n\rangle$,

wobei ϵ_n nicht entartet ist.

Ansatz: $|\psi_n\rangle = \sum_i \lambda^i |\psi_n^{(i)}\rangle$, $E_n = \sum_i \lambda^i E_n^{(i)}$

Schrödinger Gleichung:

$$(H_0 + \lambda V)\left(\sum_i \lambda^i |\psi_n^{(i)}\rangle\right) = \left(\sum_i \lambda^i E_n^{(i)}\right)\left(\sum_i \lambda^i |\psi_n^{(i)}\rangle\right)$$

λ^0: $H_0 |\psi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} |\psi_n^{(0)}\rangle \longrightarrow |\psi_n^{(0)}\rangle = |\phi_n\rangle$,
$E_n^{(0)} = \epsilon_n$.

λ^1: $H_0 |\psi_n^{(1)}\rangle + V |\psi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} |\psi_n^{(1)}\rangle + E_n^{(1)} |\psi_n^{(0)}\rangle$ ...(1)

Korrektur zur Energie: $\langle \psi_n^{(0)}| \times$ Eq. (1)

$$\underbrace{\langle \psi_n^{(0)}|H_0|\psi_n^{(1)}\rangle}_{E_n^{(0)} \cancel{\langle \psi_n^{(0)}|\psi_n^{(1)}\rangle}} + \langle \psi_n^{(0)}|V|\psi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} \cancel{\langle \psi_n^{(0)}|\psi_n^{(1)}\rangle} + E_n^{(1)} \underbrace{\langle \psi_n^{(0)}|\psi_n^{(0)}\rangle}_{=1}$$

$$E_n^{(1)} = \langle \psi_n^{(0)}|V|\psi_n^{(0)}\rangle = \langle \phi_n|V|\phi_n\rangle.$$

Korrektur zum Zustand: $\langle \psi_m^{(0)}| \times$ Eq. (1) mit $m \neq n$

$$\underbrace{\langle \psi_m^{(0)}|H_0|\psi_n^{(1)}\rangle}_{E_m^{(0)}\langle \psi_m^{(0)}|\psi_n^{(1)}\rangle} + \langle \psi_m^{(0)}|V|\psi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)}\langle \psi_m^{(0)}|\psi_n^{(1)}\rangle + E_n^{(1)}\underbrace{\langle \psi_m^{(0)}|\psi_n^{(0)}\rangle}_{=0}$$

$$\langle \psi_m^{(0)}|\psi_n^{(1)}\rangle = \frac{\langle \psi_m^{(0)}|V|\psi_n^{(0)}\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$

$$|\psi_n^{(1)}\rangle = \sum_{m\neq n} \frac{\langle \psi_m^{(0)}|V|\psi_n^{(0)}\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} |\psi_m^{(0)}\rangle .$$

10 Pt.

(b) Jeder Zustand $|n\,l\,m\rangle$ hat Energie $E_n = -\frac{Ry}{n^2}$, wobei $0 \leq l \leq n-1$ und $-l \leq m \leq l$ gilt.
Damit ist die Energie E_n s-fach entartet, mit

$$s = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

3 Pt.

(c) H_0 ist symmetrisch bezüglich einer Spiegelung um $\vec{x} = \vec{0}$. Daher gilt $[H_0, \Pi] = 0$ und H_0 & Π besitzen ein gemeinsames Eigensystem.
Es gilt $\Pi\,|n\,l\,m\rangle = (-1)^l |n\,l\,m\rangle$.

3 Pt.

(d) Die Ausdrücke in (a) wurden unter der Annahme hergeleitet, dass die Eigenenergien E_n nicht entartet sind. Die einzige Energie von H_0, die nicht entartet ist, ist die Grundzustandsenergie.

2 Pt.

(e) <u>Variante 1</u>

$E_1^{(1)} = 0$, weil $\psi_{nlm}(\vec{x}) = \langle \vec{x} | n l m \rangle$ eine definierte Parität besitzt, hat $|\psi_{nlm}(\vec{x})|^2$ gerade Parität. Der Operator $\hat{z}$ hat ungerade Parität, $\hat{\Pi}\hat{z}\hat{\Pi} = -\hat{z}$. Damit ist $z \cdot |\psi_{nlm}(\vec{x})|^2$ ungerade und

$$\langle 100 | \hat{z} | 100 \rangle = \int_{\mathbb{R}^3} dV \, z \, |\psi_{nlm}(\vec{x})|^2 = 0.$$

2 Pt.

<u>Variante 2:</u>

$$\langle \vec{x} | 100 \rangle = \psi_{100}(r, \vartheta, \varphi) = N e^{-r/a_0}$$

und $z = r \cos\vartheta$

$$E_1^{(1)} = \langle 100 | Fe\hat{z} | 100 \rangle = |N|^2 eF \int dr \, d\vartheta \, d\varphi \, r^3 \sin\vartheta \cos\vartheta \, e^{-2r/a_0}$$

$$= 0,$$

weil $\int_0^\pi d\vartheta \sin\vartheta \cos\vartheta = 0$.

3. **(13 Punkte)** Wir betrachten im Folgenden ein System aus zwei Spin 1/2-Teilchen im Zustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle + e^{i\beta}|\downarrow\uparrow\rangle\right), \quad 0 \leq \beta < 2\pi, \tag{4}$$

wobei $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ die Eigenzustände von $\hat{S}_z$ zu den Eigenwerten $\{+\hbar/2, -\hbar/2\}$ sind.

(a) Geben Sie durch explizite Rechnung die Wahrscheinlichkeit an, bei einer $\hat{S}_z$-Messung an beiden Teilchen jeweils den Messwert $+\hbar/2$ zu finden.

(b) An beiden Teilchen soll nun die Projektion $\hat{S}_\theta$ des Spinoperators auf einen Einheitsvektor in der x-z-Ebene (parametrisiert durch den Winkel $0 \leq \theta < 2\pi$) gemessen werden. Zeigen Sie, dass es nur eine Wahl von β gibt, sodass bei einer $\hat{S}_\theta$-Messung für beliebige Werte von θ immer antikorrelierte Messergebnisse an den beiden Teilchen gefunden werden. Geben Sie diesen Wert für β an. Stellen Sie dazu den Zustand $|\psi\rangle$ mit Hilfe der Eigenzustände von $\hat{S}_\theta$, $\{|\uparrow_\theta\rangle, |\downarrow_\theta\rangle\}$, dar.
Hinweis:

$$|\uparrow\rangle = \cos(\theta/2)|\uparrow_\theta\rangle + \sin(\theta/2)|\downarrow_\theta\rangle, \quad |\downarrow\rangle = \sin(\theta/2)|\uparrow_\theta\rangle - \cos(\theta/2)|\downarrow_\theta\rangle$$

(c) In einem Experiment zur Bell'schen Ungleichung messen zwei Beobachter (Alice und Bob) am Zustand, den Sie in (b) bestimmt haben, jeweils an einem der beiden Teilchen den Spin. Alice und Bob messen in den drei Richtungen $\theta = 0$, $\theta = \pi/4$ oder $\theta = \pi/2$, wobei sie ihre Basis paarweise verschieden wählen. Wir nehmen nun an, dass Alice bei "ihrem" Teilchen $|\uparrow\rangle$ misst, und Bob bei "seinem" Teilchen $\left|\uparrow_{\theta=\pi/4}\right\rangle$. Geben Sie die Werte der versteckten Variablen des von Alice gemessenen Teilchens an, auf die man nach diesen Messungen unter der Annahme von Realität und Lokalität schließen kann. Den Wert welcher versteckten Variablen kennt man nach diesen Messungen nicht? Wird die Bell'sche Ungleichung im Experiment bestätigt oder verletzt und was bedeutet dies für die Lokalität und Realität in der Quantenmechanik?

3) a) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\downarrow\rangle + e^{i\beta} |\downarrow\uparrow\rangle$ **2 Pkt.**

$$W(\uparrow\uparrow) = |\langle\uparrow\uparrow|\psi\rangle|^2 = \tfrac{1}{2} |\langle\uparrow\uparrow|(|\uparrow\downarrow\rangle + e^{i\varphi}|\downarrow\uparrow\rangle)|^2 = 0$$

b) $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\uparrow\rangle^{(1)} |\downarrow\rangle^{(2)} + e^{i\varphi} |\downarrow\rangle^{(1)} |\uparrow\rangle^{(2)} \right]$

$|\uparrow\rangle = \cos(\tfrac{\vartheta}{2}) |\uparrow_\vartheta\rangle + \sin(\tfrac{\vartheta}{2}) |\downarrow_\vartheta\rangle$

$|\downarrow\rangle = \sin(\tfrac{\vartheta}{2}) |\uparrow_\vartheta\rangle - \cos(\tfrac{\vartheta}{2}) |\downarrow_\vartheta\rangle$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[\left(\cos(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow_\vartheta\rangle^{(1)} + \sin(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow_\vartheta\rangle^{(1)}\right)\left(\sin(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow_\vartheta\rangle^{(2)} - \cos(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow_\vartheta\rangle^{(2)}\right)$$
$$+ e^{i\beta}\left(\sin(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow_\vartheta\rangle^{(1)} - \cos(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow_\vartheta\rangle^{(1)}\right)\left(\cos(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow_\vartheta\rangle^{(2)} + \sin(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow_\vartheta\rangle^{(2)}\right)\Big]$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[\cos(\tfrac{\vartheta}{2})\sin(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow\uparrow_\vartheta\rangle - \cos(\tfrac{\vartheta}{2})\sin(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow\downarrow_\vartheta\rangle - \cos^2(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow\downarrow_\vartheta\rangle + \sin^2(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow\uparrow_\vartheta\rangle$$
$$+ e^{i\beta}\sin(\tfrac{\vartheta}{2})\cos(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow\uparrow_\vartheta\rangle - e^{i\beta}\sin(\tfrac{\vartheta}{2})\cos(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow\downarrow_\vartheta\rangle + e^{i\beta}\sin^2(\tfrac{\vartheta}{2})|\uparrow\downarrow_\vartheta\rangle - e^{i\beta}\cos^2(\tfrac{\vartheta}{2})|\downarrow\uparrow_\vartheta\rangle$$

Es dürfen keine $|\uparrow\uparrow_\vartheta\rangle$ und $|\downarrow\downarrow_\vartheta\rangle$ -Terme übrig bleiben!

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \Big[\underbrace{\left(\cos(\tfrac{\vartheta}{2})\sin(\tfrac{\vartheta}{2}) + e^{i\beta}\sin(\tfrac{\vartheta}{2})\cos(\tfrac{\vartheta}{2})\right)}_{=0 \Rightarrow e^{i\beta} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{\beta = \pi}}} |\uparrow\uparrow_\vartheta\rangle -$$

$$-\underbrace{\left(+\cos(\tfrac{\vartheta}{2})\sin(\tfrac{\vartheta}{2}) + e^{i\beta}\sin(\tfrac{\vartheta}{2})\cos(\tfrac{\vartheta}{2})\right)}_{=0 \Rightarrow e^{i\beta} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{\beta = \pi}}} |\downarrow\downarrow_\vartheta\rangle +$$

$$-\underbrace{\left(+\cos^2(\tfrac{\vartheta}{2}) - e^{i\beta}\sin^2(\tfrac{\vartheta}{2})\right)}_{=\cos^2(\frac{\vartheta}{2}) + \sin^2(\frac{\vartheta}{2}) = 1 \text{ für } \beta = \pi \ \checkmark} |\uparrow\downarrow_\vartheta\rangle$$

$$+\underbrace{\left(\sin^2(\tfrac{\vartheta}{2}) - e^{i\beta}\cos^2(\tfrac{\vartheta}{2})\right)}_{=\sin^2(\frac{\vartheta}{2}) + \cos^2(\frac{\vartheta}{2}) = 1 \text{ für } \beta = \pi \ \checkmark} |\downarrow\uparrow_\vartheta\rangle \Big]$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\downarrow\uparrow_\vartheta\rangle - |\uparrow\downarrow_\vartheta\rangle\right) \text{ für } \beta = \pi}}$$

6 Pkt.

c) Alice misst $|\uparrow\rangle$, Bob misst $|\nearrow\rangle$

- Alice kennt die ersten beiden „versteckten Variablen" für Messung in $\vartheta = 0$ und $\vartheta = \frac{\pi}{4}$ - Richtung:

$$(|\uparrow\rangle , |\swarrow\rangle , *)$$

vorbestimmtes Ergebnis bei Messung $\vartheta = 0$

vorbestimmtes Ergebnis bei Messung $\vartheta = \frac{\pi}{4}$

vorbestimmtes Ergebnis bei Messung $\vartheta = \frac{\pi}{2}$

- Alice kennt <u>nicht</u> den Wert der dritten „versteckten Variable"; die vorherbestimmt, wie eine Messung in Richtung $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ ausgeht.
- Die Bell'sche Ungleichung wird im Experiment verletzt
- Die Bedingung von Realität oder Lokalität sind in der Natur <u>nicht</u> erfüllt.

5 Pkt.