Gerhard Kahl

STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)

6. Tutoriumstermin (5.6.2009)

T18. Gegeben ist ein sogenanntes Tonks-Gas von N Teilchen. Es handelt sich dabei um ein eindimensionales System punktförmiger Teilchen, die auf ein 'Volumen' der Länge L eingeschränkt sind und die sich – im Gegensatz zu einem idealen Gas – nicht 'aneinander vorbei' bewegen können.

Beantworten Sie folgende Fragen:

(i) geben Sie die Hamilton-Funktion und den Konfigurationsraum des Systems an, also jenen Teilraum des Phasenraumes, der sich auf die Ortskoordinaten der Teilchen bezieht;

(ii) betrachten Sie das s.g. *homogene* Tonks-Gas, bei dem die Massen aller Teilchen gleich sind. Die Teilchen haben zu Beginn der Beobachtung die Impulse $(p_1, \cdots, p_N)$. Geben Sie an, welche Impulse die Teilchen während eines (unendlich langen) Beobachtungszeitraumes annehmen können;

(iii) betrachten Sie das s.g. *inhomogene* Tonks-Gas, bei dem zumindest die Masse eines Teilchens von den Massen der anderen Teilchen unterschiedlich ist. Die Teilchen haben zu Beginn der Beobachtung die Impulse $(p_1, \cdots, p_N)$. Geben Sie an, welche Impulse die Teilchen während eines (unendlich langen) Beobachtungszeitraumes annehmen können;

(iv) berechnen Sie für das *inhomogene* Tonks-Gas die kanonische Zustandssumme bzw. die freie Energie und vergleichen Sie das Ergebnis mit jenem des eindimensionalen idealen Gases gleichen 'Volumens'.

T19. Gegeben ist ein nach außenhin isoliertes (dreidimensionales) Volumen V, das durch einen beweglichen Kolben K in zwei Teilvolumina V_1 und V_2 (mit $V = V_1 + V_2$) geteilt wird. Im Teilvolumen V_1 sind N_1 Teilchen eines idealen Gases (Masse m_1) mit Energie E_1, im Teilvolumen V_2 sind N_2 Teilchen eines Hartkugelgases (Masse m_2, Hartkugelradius a) mit Energie E_2. Die Energie des Kolbens, E_K, sei vernachlässigbar. Berechnen Sie die wahrscheinlichste Aufteilung der Gesamtenergie $E = E_1 + E_2$ und des Volumens, wobei die Entropie des Hartkugelgases (Index 'HK') durch

$$S_{\mathrm{HK}}(E, V, N) = k_{\mathrm{B}} T \left[\frac{3}{2} \ln \frac{E}{N} + \ln \frac{V}{N} + \frac{3}{2} \ln \left(\frac{4\pi m}{3h^2} \right) + \frac{5}{2} - \frac{16\pi a^3 N}{3V} \right]$$

gegeben ist.

T20. Gegeben ist ein ideales Gas von N identischen, zweiatomigen Molekülen, die sich in einem Teilvolumen des $\mathbb{R}^3$ befinden. Die Hamilton-Funktion eines Moleküls ist durch

$$\mathcal{H}_{\text{mol}}(\mathbf{p}_{1A}, \mathbf{p}_{1B}, \mathbf{q}_{1A}, \mathbf{q}_{1B}) = \frac{\mathbf{p}_{1A}^2}{2m} + \frac{\mathbf{p}_{1A}^2}{2m} + A|\mathbf{q}_{1A} - \mathbf{q}_{1B}|^2$$

gegeben, wobei A positiv ist und sich die Indizes 'A' und 'B' auf die beiden Atome beziehen.

Die Hamilton-Funktion des Gesamtsystems ist durch

$$\mathcal{H}_{\text{ges}}(\mathbf{p}_A^N, \mathbf{p}_B^N, \mathbf{q}_A^N, \mathbf{q}_B^N) = \sum_{i=1}^{N} \mathcal{H}_{\text{mol}}(\mathbf{p}_{iA}, \mathbf{p}_{iB}, \mathbf{q}_{iA}, \mathbf{q}_{iB})$$

gegeben.

Berechnen Sie im kanonischen Ensemble

(i) die Zustandssumme, die freie Energie sowie die Wärmekapazität des Systems;

(ii) interpretieren Sie das Ergebnis aus (i) in Hinblick auf den Gleichverteilungssatz;

(iii) den mittleren quadratischen Abstand der Atome in einem Molekül, also $\langle\, |\, \mathbf{q}_{iA} - \mathbf{q}_{iB}|^2 \,\rangle_k$, als Funktion der Temperatur T

Hinweis: bei der Berechnung der Zustandssumme empfiehlt es sich, Schwerpunkts- und Abstandsvektoren innerhalb jedes Moleküls einzuführen.