Gerhard Kahl

STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)

7. Tutoriumstermin (19.6.2009)

T21. Betrachten Sie ein dreidimensionales System von klassischen Teilchen, dessen Hamilton-Funktion durch

$$\mathcal{H} = \sum_i \left(\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} \mathbf{q}_i^2 \right)$$

gegeben ist. Das System ist in Kontakt mit einem Temperaturbad der Temperatur T und einem Teilchenreservoir mit chemischem Potential μ.

(i) Berechnen Sie die großkanonische Zustandssumme des Systems.

(ii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, $P(N)$, daß sich genau N Teilchen im System befinden; sie ist gegeben durch

$$P(N) = \frac{1}{h^{3N} N!} \int d\mathbf{p}^N d\mathbf{q}^N \rho_g(\mathbf{p}^N, \mathbf{q}^N)$$

Zeigen Sie, daß diese Wahrscheinlichkeitsverteilung normiert ist, daß also $\sum_N P(N) = 1$ gilt. Berechnen Sie weiters aus Z_g die mittlere Teilchenzahl, $\langle N \rangle_g$ und stellen Sie $P(N)$ als Funktion von $\langle N \rangle_g$ dar. Zeigen Sie, daß es sich um eine Poisson-Verteilung handelt.

(iii) Berechnen Sie $\langle E \rangle_g$ und die Wärmekapazität des Systems.

T22. Berechnen Sie die thermodynamischen Eigenschaften eines Systems nicht-wechselwirkender Momente unter dem Einfluß eines äußeren Feldes im *kanonischen* Ensemble (Temperaturbad mit Temperatur T). Vergleichen Sie das Ergebnis für $\langle E \rangle_k$ mit dem Ergebnis für E, das mit Hilfe des *mikrokanonischen* Ensembles ermittelt wurde (sh. Ergänzungen zu Kapitel 4).

Leiten Sie weiters eine Formel her, die Ihnen die Berechnung der mittleren Magnetisierung, also von

$$\langle M \rangle_k = \langle \mu_B \sum_{i=1}^{N} s_i \rangle_k$$

erlaubt, und berechnen Sie $\langle M \rangle_k$ explizit.

T23. Gegen ist ein System von zwei nicht miteinander wechselwirkenden Teilchen, die sich in Kontakt mit einem Temperaturbad der Temperatur T befinden. Jedes der Teilchen kann sich in einem von drei Zuständen befinden, deren Energien durch 0, ϵ und $3\,\epsilon$ (mit $\epsilon > 0$) gegeben sind.

Berechnen Sie die mittlere Energie des Systems als Funktion der Temperatur, für den Fall, daß die Teilchen

(i) unterscheidbar sind;

(ii) identische Bose-Teilchen sind;

(iii) identische Fermi-Teilchen sind.

T24. Gegeben ist ein Teilchen im Potential eines quantenmechanischen, harmonischen Oszillators, das in Kontakt mit einem Temperaturbad der Temperatur T steht. Berechnen Sie die mittlere Energie und die Wärmekapazität des Teilchens.