TEST 1 : VU Statistische Physik SS10

1. Gegeben sei ein Zimmer (Volumen: V) mit starren und thermisch-isolierten Wänden. Die freie Energie der Luft im Zimmer ist gegeben durch
$$F(V,T,N) = -k_B T \ln\left(\frac{V^N}{N!\lambda^{3N}}\right)$$
wobei $\lambda = h/\sqrt{2\pi m k_B T}$.

   (Hinweise: $S = -(\partial F/\partial T)_{V,N}, \quad E = F + ST$)

   (a) (5Pkt.) Schreiben Sie die Entropie als eine Funktion von V, T und N an.

   (b) (5Pkt.) Betrachten Sie einen quasi-statischen Prozess A, bei dem die Wärme Q_A dem Zimmer zugeführt wird und die Zimmertemperatur von T_1 auf T_2 erhöht wird. Berechnen Sie die nötige Wärmemenge Q_A und die Entropieänderung ΔS_A.

   Betrachten Sie einen anderen Prozess B mit zwei Schritten :

   B_1: Am Anfang ist das Zimmer (Temperatur T_1) von starren und thermisch-isolierten Wänden in M kleine Abteilungen mit gleichem Volumen, V/M, getrennt. Die Wärme Q_B wird nur einer der M Abteilungen langsam zugeführt und die Temperatur der Abteilung wird quasi-statisch auf T_3 erhöht.

   B_2: Danach werden alle innere Wände zerstört und die Luft im Zimmer mit Volumen V wird den Gleichgewichtzustand mit Temperatur T_2 erreichen.

   (c) (5Pkt.) Wie groß ist die Wärme Q_B? Berechnen Sie auch die Temperatur T_3.

   (d) (5Pkt.) Berechnen Sie die Entropieänderung ΔS_{B1} in Schritt B_1 und ΔS_{B2} in B_2.

   (e) (5Pkt.) Sind die Prozesse A und B reversibel oder irreversibel?

2. (5 Pkt.) Die Wahrscheinlichkeitsdichte, dass N Teilchen sich im Volumenelement $dx_1 dx_2 \cdots dx_N$ bei $(x_1, x_2, \cdots, x_N)$ befinden ist gegeben durch
$$\rho(x_1, x_2, \cdots, x_N, N) = \frac{1}{Z}\frac{1}{N!}\exp\left[-A\left(\sum_{i=1}^{N} x_i^2 + BN\right)\right]$$
wobei der Normierungsfaktor
$$Z(A,B) = \exp\left[e^{-AB}\sqrt{\frac{\pi}{A}}\right]$$
ist. Berechnen Sie die mittlere Teilchenzahl $\langle N\rangle$ im gesamten Raum.

3. Die freie Enthalpie g eines N-Teilchen-Systems im Nichtgleichgewichtszustand ist gegeben durch
$$\begin{aligned} g(T,N,P,n) \quad = \quad & N\left[(h_1 T - h_2 P)\delta n + (-a_1 + a_2 T + a_3 P)\delta n^2 \right. \\ & \left. + b\delta n^4 + g_0(T,P)\right] . \end{aligned}$$
T ist die Temperatur, P der Druck, $\delta n = n - n_c$ (mittlere Dichte $n = N/V$ und eine Konstante n_c), und b, a_1, a_2, a_3, h_1 und h_2 sind positive Konstante. Die mittlere Dichte n ist der Ordnungsparameter.

   (a) (5Pkt.) Die Systemtemperatur wird gesenkt und gleichzeitig wird der Druck nach der Bedingung $P = (h_1/h_2)T$ geändert. Zeigt das System einen Phasenübergang erster oder zweiter Ordnung? Berechnen Sie die kritische Temperatur $T_c^{(a)}$ (das Ergebnis soll nur von a_1, a_2, a_3, h_1, h_2 abhängen).

   (b) (5Pkt.) Die Systemtemperatur wird gesenkt. Während der Abkühlung erfüllt der Druck die Ungleichung $P < (a_1 - a_2 T)/a_3$. Bei der kritischen Temperatur $T_c^{(b)} = (h_2/h_1)P$ zeigt das System einen Phasenübergang. Ist das ein Phasenübergang erster oder zweiter Ordnung? Zeichnen Sie eine schematische Abbildung der freien Enthalpie g als Funktion des Ordnungsparameters für $T > T_c^{(b)}$, $T = T_c^{(b)}$ sowie $T < T_c^{(b)}$.