2. Rechenübung aus Statistischer Physik

1. (a) Bei der Verbrennung eines Gases wird die Wärmemenge H_S pro Gasvolumen freigesetzt. Alle produzierte Wärme wird dem Wasser (Volumen : V_W und Wärmekapazität pro Volmeneinheit bei konstantem Volumen : c_W) zugeführt. Die Temperatur des Wassers erhöht sich dabei von T_1 bis T_2. Wie viel Gas (Volumen V_G) muss verbrannt werden?

   (b) Das erwärmte Wasser heizt die Luft eines Zimmers (Volumen: V und Wärmekapazität pro Volmeneinheit bei konstantem Volumen: c). Die Lufttemperatur vor der Heizung ist T_Z. Wie ist die Temperatur nachdem das Zimmer und das Wasser Gleichgewichtzustand erreicht haben?

2. Gegeben sei ein System im Gleichgewichtszustand mit einer freien Energie

$$F(N,V,T) = -k_B T \ln\left[\frac{(V-bN)^N}{N!\lambda^{3N}}\right] - \frac{aN^2}{V}$$

wobei a und b konstant sind und $\lambda = h/(2\pi m k_B T)^{1/2}$.

   (a) Zeigen Sie, dass die Zustandsgleichung des Systems gegeben ist durch

$$P = \frac{Nk_BT}{V-Nb} - a\left(\frac{N}{V}\right)^2 .$$

   (Hinweis: $P = -(\partial F/\partial V)_{T,N}$.)

   (b) Schreiben Sie die interne Energie E als eine Funktion von V, T und N an. (Hinweis: $S = -(\partial F/\partial T)_{V,N}$.)

   (c) Berechnen Sie die Wärmekapazität C_X bei konstantem $X = VT$.

   (d) Bei der kritischen Temperatur $T_c = 8a/(27bk_B)$ zeigt das System einen kontinuierlichen Phasenübergang. Berechnen Sie die Kompressibilität $\kappa_T = -(V(\partial P/\partial V)_{N,T})^{-1}$ und bestimmen Sie den kritischen Exponent γ ($\kappa_T \sim |T-T_c|^{-\gamma}$). Nehmen Sie an, dass am kritischen Punkt $V = 3bN$ gilt.