

## 3. Plenum - Lösungen

01.04.2011

## P3.1 Teilchen im Gravitationsfeld

$$\text{a) } H < E \rightarrow z > 0 \text{ und } \frac{p^2}{2m} + mgz < E \leftrightarrow z < \frac{1}{mg} \left( E - \frac{p^2}{2m} \right)$$

Das Phasenraumvolumen umfasst alle möglichen Zustände, für die  $H < E$  gilt:

$$\begin{aligned} \Phi(E) &= \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_0^{\infty} dz \theta \left( E - \frac{p^2}{2m} - mgz \right) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} dp \int_0^{\frac{1}{mg} \left( E - \frac{p^2}{2m} \right)} dz \theta \left( E - \frac{p^2}{2m} \right) \\ &= \int_{-\sqrt{2mE}}^{\sqrt{2mE}} dp \frac{1}{mg} \left( E - \frac{p^2}{2m} \right) = \frac{1}{mg} \left( Ep - \frac{p^3}{3m} \right) \Big|_{-\sqrt{2mE}}^{\sqrt{2mE}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{3g\sqrt{m}} E^{3/2} \end{aligned}$$

b) Die Zahl der Zustände im Bereich  $E < H < E + \Delta$ , wobei  $E \gg \Delta \rightarrow 0$ , kann geschrieben werden als

$$\Omega(E) = \frac{1}{h} \Omega_V(E) = \frac{1}{h} \frac{d\Phi(E)}{dE} \Delta = \frac{2\sqrt{2}}{gh\sqrt{m}} E^{1/2} \Delta$$

( $\Omega_V(E)$ : Volumen der Energieschale,  $\Omega(E)$ : Anzahl der Zustände).

c) Entropie

$$S = k_B \ln \Omega = k_B \ln \left( \frac{2\sqrt{2}}{gh\sqrt{m}} E^{1/2} \Delta \right)$$

Temperatur des Systems:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{k_B}{2E}$$

Energie

$$E = \frac{1}{2} k_B T$$