

5. Plenum

für 06.05.2011

P5.1 Dichteoperator

- a) Zeige, dass die Matrixdarstellung des Operators $\hat{A} = \hat{H} - \mu\hat{N}$ diagonal ist, wenn als Basiszustände die Eigenzustände des Operators \hat{A} gewählt werden: $\hat{A}|E_n, N_n\rangle = (E_n - \mu N_n)|E_n, N_n\rangle$. Nimm an, dass $[\hat{H}, \hat{N}] = 0$.
- b) Zeige, dass in der Basis $|E_n, N_n\rangle$ die Matrixdarstellung von $e^{-\beta\hat{A}}$ diagonal ist.
- c) Gib den Dichteoperator des großkanonischen Ensembles samt Normierungskonstante an.

P5.2 Quantengas

Gegeben sei ein Quantengas, das aus Teilchen eines M -Niveausystems mit nichtentarteten Energien ϵ_a ($a = 1, 2, 3, \dots, M$) besteht.

- a) Wie viele unabhängige Eigenzustände gibt es, die zu einem gegebenen Fock-Zustand $|n_1, n_2, \dots, n_M\rangle$ gehören, wenn die Teilchen unterscheidbar sind?
- b) Berechne das großkanonische Potential und die mittlere Teilchenzahl $\langle N \rangle$ für

- (ununterscheidbare) Bosonen
- (ununterscheidbare) Fermionen
- Teilchen, die der Maxwell-Boltzmann-Statistik folgen. (Die Teilchen werden als unterscheidbar behandelt, aber die Zustandssumme wird nachträglich mit dem Gibbsfaktor $1/N!$ korrigiert, sodass die Teilchen als ununterscheidbar betrachtet werden.)