3. Tutorium **für 01.04.2011**

3.1 Isentrope Expansion

Gegeben sei die kalorische Zustandsgleichung

$$E = N\frac{f}{2}k_BT$$

für die innere Energie eines idealen Gases mit f nicht eingefrorenen (d.h. anregbaren) Freiheitsgraden. Die thermische Zustandsgleichung dieses Gases lautet $pV = Nk_BT$.
*) (freiwillig): Begründe, warum für ein 1-atomiges Gas $f = 3$ und für ein zweiatomiges Gas $f = 7$ gilt. Warum könnte für Wasserstoff oder Sauerstoff unter Normalbedingungen effektiv $f \approx 5$ gelten?
a) Zeige, dass für eine quasistatische, reversible Expansion bei konstanter Teilchenzahl, die *adiabatisch* (d.h. es erfolgt keine Wärmezufuhr oder -abfuhr: $\delta Q = 0$) und somit auch *isentrop* (d.h. die Entropie bleibt konstant: $\mathrm{d}S = 0$) abläuft, gilt:

$$pV^\kappa = \text{const.}$$

Berechne den Isentropenexponenten $\kappa = \kappa(f)$.
(Anleitung: Die Änderung der inneren Energie $\mathrm{d}E$, die über die kalorische Zustandsgleichung berechnet wird, muss gleich der Volumsarbeit $\delta W = -p\mathrm{d}V$ sein, da $\delta Q = 0$. Das dafür notwendige $\mathrm{d}T$ lässt sich über die thermische Zustandsgleichung ausdrücken.)
b) Berechne die isobare (C_p) und isochore (C_V) spezifische Wärme für das gegebene ideale Gas und zeige, dass sich der Isentropenexponent auch schreiben lässt als $\kappa = C_p/C_V$.

3.2 Otto-Kreisprozess

Ottomotoren (die in den meisten benzinbetriebenen Autos Verwendung finden) können in idealisierter Form durch den Otto-Kreisprozess beschrieben werden. Hierbei werden folgende Zustandsänderungen eines idealen Gases innerhalb eines geschlossenen Systems angenommen:
1→2: isentrope Kompression,
2→3: isochore Wärmezufuhr,
3→4: isentrope Expansion,
4→1: isochore Wärmeabfuhr.

a) Drücke die Größen p_i, V_i, T_i zu den Zeitpunkten $i = 1, 2, 3, 4$ durch die Anfangsbedingungen p_1, V_1, T_1, das komprimierte Volumen V_2, und die nach der Wärmezufuhr erreichte Temperatur T_3 aus. Dabei soll der Isentropenexponent κ allgemein angenommen werden.
b) Drücke die Entropien S_i durch die Anfangsentropie S_1 aus. Die isochore Wärmekapazität C_V ist für das ideale Gas temperaturunabhängig.
c) Skizziere den idealen Otto-Kreisprozess im p-V-Diagramm und im T-S-Diagramm.
*) (freiwillig) Erkläre, wie diese Zustandsänderungen die Prozesse im 4-Takt-Ottomotor beschreiben. Skizziere die zugehörigen Kolbenstellungen. An welchem Punkt würde in einem echten Ottomotor die durch die Zündkerze ausgelöste Verbrennung des Benzin-Luft-Gemisches erfolgen? Wie ist die isochore Wärmeabfuhr realisiert?
d) Berechne die zu- oder abgeführte Wärmemenge $Q_{i\to i+1}$ und die geleistete Volumsarbeit $W_{i\to i+1}$ für jeden der Teilschritte mit $i = 1, 2, 3, 4$. (5=1).
e) Berechne den thermischen Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{|W_{\text{gesamt}}|}{Q_{\text{zugeführt}}} = \frac{|\sum_{i=1}^{4} W_{i\to i+1}|}{Q_{2\to 3}}$$

des Otto-Kreisprozesses. Drücke das Ergebnis durch das Verdichtungsverhältnis $\varepsilon = V_1/V_2$ aus (Im KFZ typischerweise $\varepsilon \approx 10:1$).
Hinweis: Für einen vollständigen Durchlauf gilt natürlich $E = \sum Q_{i\to i+1} + \sum W_{i\to i+1} = 0$ (Begründung?).
f) T_{min} und T_{max} seien die minimale und maximale Temperatur, die im Otto-Kreisprozess auftreten. Vergleiche η mit dem thermischen Wirkungsgrad η_c des Carnot-Kreisprozesses zwischen T_{min} und T_{max}.

Ankreuzbar: 1ab, 2a, 2bc, 2d, 2ef