**Gerhard Kahl & Bianca M. Mladek**

# STATISTISCHE PHYSIK 1 (VU – 136.020)

## 3. Tutoriumstermin (30.3.2012)

**T9.** Gegeben ist ein sogenanntes Tonks-Gas von $N$ Teilchen. Es handelt sich dabei um ein eindimensionales System, das bei $x = 0$ und $x = L$ durch undurchdringliche Wände begrenzt ist. Sind die Massen aller Teilchen gleich (wie in diesem Beispiel angenommen wird), so spricht man von einem homogenen Tonks-Gas, andernfalls von einem inhomogenen Tonks-Gas. Die Teilchen sind undurchdringlich: so befindet sich, zum Beispiel, das Teilchen 1 immer zwischen der Wand bei $x = 0$ und "links" von der aktuellen Position des Teilchens 2 ($q_2$), usf. Teilchen-Teilchen und Teilchen-Wand Stöße sind elastisch.

Beantworten Sie folgende Fragen:

(i) geben Sie den Phasenraum $\Gamma$ in der Form

$$\Gamma = \left\{ (p^N, q^N) | \ldots \right\}$$

an;

(ii) berechnen Sie das Volumen des Konfigurationsraums $\Pi$.

Setzen Sie für folgende Fragestellungen $N = 2$:

(i) skizzieren Sie den Konfigurationsraum $\Pi$;

(ii) gehen Sie von einer Anfangsbedingung Ihrer Wahl aus, d.h. wählen Sie

$$\begin{aligned} q_1(t=0) &= q_{1;0} \qquad & q_2(t=0) &= q_{2;0} \\ p_1(t=0) &= p_{1;0} \qquad & p_2(t=0) &= p_{2;0} \quad \text{mit} \quad p_{1;0} : p_{2;0} = \alpha : 1; \end{aligned}$$

skizzieren Sie (für einen nicht-trivialen Wert von $\alpha$, d.h. $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$), wie sich dieser Mikrozustand mit der Zeit im Konfigurationsraum verändert ("Trajektorie" des Mikrozustands im Konfigurationsraum).

Erklären Sie insbesondere, wie sich diese "Trajektorie" bei Stößen der Teilchen untereinander und bei Teilchen-Wand Stößen verändert. Die "Trajektorie" soll mindestens eine Teilchen-Teilchen Kollision sowie mindestens zwei Teilchen-Wand Kollisionen überstreichen;

(iii) (**außer Konkurrenz**)
wie sieht diese "Trajektorie" in dem von $p_1$ und $p_2$ aufgespannten Teilraum des Phasenraumes aus.

**T10.** Im Rahmen des Einstein-Modells für einen (drei-dimensionalen) Festkörper werden die Teilchen als harmonische Oszillatoren (mit Frequenz $\omega$) an den $N$ Gitterplätzen des Kristalls betrachtet. Die Hamilton-Funktion, $\mathcal{H}$, ist somit durch

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i=1}^{N} \frac{m\omega^2}{2}\mathbf{q}_i^2$$

gegeben.

Beantworten Sie folgende Fragen:

(i) wie sieht der Phasenraum $\Gamma$ aus;

(ii) begründen Sie, ob die Teilchen unterscheidbar oder ununterscheidbar sind;

(iii) berechnen Sie die mikrokanonische Entropie des Systems.

**Hinweis:** führen Sie vor der Integration über $\Gamma$ die Variablen $\mathbf{p}' = \frac{1}{a}\mathbf{p}$ und $\mathbf{q}' = a\mathbf{q}$ mit $a = \sqrt{m\omega}$ ein und stellen Sie die Hamiltonfunktion in diesen Variablen dar.

**T11.** Gegeben ist ein thermisch isolierter Behälter, der durch eine verschiebbare Trennwand in zwei Teilvolumina $V_1$ und $V_2$ (Teilchenzahlen $N_1$ und $N_2$ und Energien $E_1$ und $E_2$) geteilt wird. $E = E_1 + E_2$, $N = N_1 + N_2$ und $V = V_1 + V_2$ sind vorgegeben. In beiden Teilvolumina befinden sich ideale Gase.

Berechnen Sie

(i) die Ausdrücke für die Temperatur in beiden Teilsystemen;

(ii) die wahrscheinlichste Aufteilung der Gesamtenergie $E$ auf die Teilsysteme (also $\tilde{E}_1$ und $\tilde{E}_2 = E - \tilde{E}_1$);

(iii) die wahrscheinlichste Aufteilung des Gesamtvolumens $V$ auf die Teilsysteme (also $\tilde{V}_1$ und $\tilde{V}_2 = V - \tilde{V}_1$).

Zu Beginn des Prozesses sei

$$N_1 = \frac{1}{3}N \qquad E_1 = \frac{1}{2}E$$
$$N_2 = \frac{2}{3}N \qquad E_2 = \frac{1}{2}E$$

(iv) welches der beiden Teilsysteme ist zu Beginn des Prozesses wärmer;

(v) berechnen Sie für diese Systemparameter $\tilde{E}_1/\tilde{E}_2$ und $\tilde{V}_1/\tilde{V}_2$.