Gerhard Kahl & Bianca M. Mladek

STATISTISCHE PHYSIK I (VU – 136.020)

1. Test am 20.4.2012

NAME: **MN:**

Bitte beginnen Sie jedes Beispiel auf einem neuen Blatt!

Die physikalische Bedeutung aller verwendeter Symbole muß erläutert werden!

T1. (25 Punkte)
Im Rahmen des Einstein-Modells für einen (drei-dimensionalen) Festkörper werden die Teilchen als harmonische Oszillatoren (mit Frequenz ω) an den N Gitterplätzen des Kristalls betrachtet. Die Hamilton-Funktion ist somit durch

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i=1}^{N} \frac{m\omega^2}{2} \mathbf{q}_i^2$$

gegeben. Der Kristall steht in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T.

Beantworten Sie folgende Fragen:

(i) Wie sieht der Phasenraum Γ aus?

(ii) Begründen Sie, ob die Teilchen unterscheidbar oder ununterscheidbar sind.

(iii) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme.

(iv) Berechnen Sie $\langle E \rangle_k$ und interpretieren Sie das Ergebnis über den Gleichverteilungssatz (Äquipartitionstheorem).

(v) Berechnen Sie die Wärmekapazität C_V über einen Weg Ihrer Wahl.

Hinweis: Verwenden Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \mathrm{e}^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \ .$$

T2. (15 Punkte)
Ein System von N Teilchen ist durch seine Hamiltion-Funktion $\mathcal{H}$ spezifiziert. Sei $\rho(\mathbf{p}^N, \mathbf{q}^N, t)$ die Verteilungsfunktion der Zustände im Phasenraum Γ. Betrachten Sie ein infinitesimales Volumen $d\mathbf{p}^N d\mathbf{q}^N$ in Γ, dann ist $\rho(\mathbf{p}^N, \mathbf{q}^N, t) d\mathbf{p}^N d\mathbf{q}^N$ proportional zu den in diesem Volumen enthaltenen Zuständen. Leiten Sie, davon ausgehend und unter Verwendung der Hamilton-Bewegungsgleichungen, den Satz von Liouville her. Was sind die Konsequenzen dieses Satzes?

T3. (25 Punkte)
Betrachten Sie ein System von N_1 Teilchen in einem Volumen V_1, das mit einem wesentlich größeren System ('Temperaturbad'; N_2 Teilchen, Volumen V_2) in Kontakt ist; N_1 und V_1 sind konstant. Das kombinierte System (also das betrachtete System und sein Wärmebad) sind nach außen hin thermisch isoliert.

(i) Leiten Sie – ausgehend von der mikrokanonischen Verteilungsfunktion für das kombinierte System – den expliziten Ausdruck für die kanonische Verteilungsfunktion $\rho_k(\mathbf{p}^{N_1}, \mathbf{q}^{N_1})$ her und erklären Sie die einzelnen Rechenschritte.

(ii) Geben Sie den Ausdruck für die Berechnung der kanonischen Zustandssumme, Z_k, an und erklären Sie die einzelnen Faktoren.

(iii) Leiten Sie Audrücke her, die Ihnen die direkte Berechnung von $\langle E \rangle_k$ und $\langle E^2 \rangle_k$ durch Differentiation von Z_k erlauben.

(iv) Wie lassen sich die kalorsiche und die thermische Zustandsgleichung aus Z_k berechnen?

T4. (10 Punkte)
Beantworten Sie im Rahmen der klassischen Statistischen Mechanik folgende Fragen:

(i) Was ist ein Makrozustand und mit Hilfe welcher Größen kann er vollständig beschrieben werden; nennen Sie Beispiele?

(ii) Was ist ein Mikrozustand und mit Hilfe welcher Größen kann er vollständig beschrieben werden; nennen Sie Beispiele?

(iii) Was ist ein Ensemble und mit Hilfe welcher Größen kann es vollständig beschrieben werden?