1. Tutorium - 15.3.

1. **Vollständige Differentiale**
   Betrachten Sie die folgenden Differentiale:

   $$\text{(a) } df = \frac{1}{2y^{2/3}}e^{x/2}dx - \frac{2}{3}\frac{x}{y^{2/3}}e^{x/2}dy$$
   $$\text{(b) } df = \frac{1}{2y^{2/3}}e^{x/2}dx - \frac{2}{3}\frac{1}{y^{5/3}}e^{x/2}dy$$

   Untersuchen Sie, ob es sich um vollständige Differentiale handelt. Falls ja, geben Sie die Stammfunktion $F(x, y)$ an.

2. **Legendre-Transformation**
   (a) Bestimmen Sie die Legendre-Transformierte $g(t, y, z)$ der folgenden Funktion

   $$f(x, y, z) = \frac{z^{5/3}}{y^{2/3}} \exp\left(\frac{2x}{3z}\right)$$

   Die neue Variable ist dabei $t = \frac{\partial f}{\partial x}|_{y,z}$.
   (b) Die innere Energie eines idealen Gases (in den natürlichen Variablen des isolierten Systems) ist geben durch:

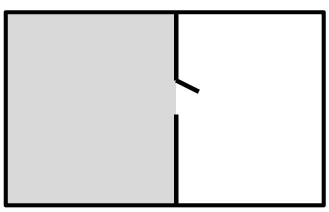
   $$E(S, V, N) = \frac{cN^{5/3}}{V^{2/3}} \exp\left(\frac{2S}{3Nk_B} - \frac{5}{3}\right),$$

   wobei c eine Konstante ist. Überprüfen Sie mit dem Ergebnis aus (a), dass für die kalorische Zustandsgleichung des idealen Gases gilt:

   $$E(T, V, N) = \frac{3}{2}Nk_BT$$

   Hinweis: Für die Temperatur T gilt: $T = \frac{\partial E}{\partial S}|_{V,N}$.

3. **1. Hauptsatz**
   Ein ideales Gas befindet sich in einem Behälter mit Volumen V_1 (in der Abbildung die linke Kammer). Es gilt $E = \frac{3}{2}Nk_BT$ und $pV = Nk_BT$.
   Das System wird thermisch isoliert und hat starre Wände. Die Anfangstemperatur ist T_1. Durch ein Ventil entweicht das Gas in die rechte Kammer. Bestimmen Sie die Temperatur nach der Expansion, nachdem sich ein Gleichgewicht eingestellt hat.



4. **Arbeit**
Ein Mol eines idealen Gases ($pV = Nk_BT$) wird im Rahmen eines Prozesses, der durch $PV^{1/3} =$ const. beschrieben wird, komprimiert. Am Anfang des Prozesses sei $T = 300$ K und $P = 100$ kPa, am Ende des Prozesses hat sich das ursprüngliche Volumen halbiert. Berechnen Sie die bei der Kompression geleistete Arbeit.
(Ergebnis ≈ 1.4 kJ)

Ankreuzbar: 1,2,3,4