4. Tutorium - 17.5.

1. **Zwei ideale Gase**
   Gegeben ist ein thermisch isolierter Behälter, der durch eine verschiebbare, wärmeleitende Trennwand in zwei Teilvolumina V_1 und V_2 geteilt wird. Zu Beginn hat das System 1 die Energie E_1, das System 2 hat die Energie E_2. Insgesamt gilt $E = E_1 + E_2$, $N = N_1 + N_2$ und $V = V_1 + V_2$. Die Gesamtenergie E, das Gesamtvolumen V und die Teilchenzahlen N_1 und N_2 sind erhalten. In beiden Teilvolumina befinden sich ideale Gase.

   (a) Berechnen Sie die Anfangstemperatur und den Anfangsdruck in beiden Systemen.

   (b) Die Teilsysteme tauschen durch die Wand Energie aus. Geben Sie die wahrscheinlichste Aufteilung der Gesamtenergie E auf die Teilsysteme an, also $\hat{E}_1$ und $\hat{E}_2 = E - \hat{E}_1$.

   (c) Geben Sie die wahrscheinlichste Aufteilung des Gesamtvolumens V auf die Teilsysteme an, also $\hat{V}_1$ und $\hat{V}_2 = V - \hat{V}_1$.

   Zu Beginn des Energieaustauschs sei $N_1 = \frac{1}{4}N$, $E_1 = \frac{1}{3}E$ und $N_2 = \frac{3}{4}N$, $E_2 = \frac{2}{3}E$. Welches der beiden Teilsysteme ist zu Beginn wärmer? Berechnen Sie für diese Systemparameter $\hat{E}_1/\hat{E}_2$ und $\hat{V}_1/\hat{V}_2$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit den Gleichgewichtsbedingungen $T_1 = T_2$ und $p_1 = p_2$. **Hinweis**: Approximieren Sie Ω durch Φ.

2. **Ideales Gas im Schwerefeld**
   Für das ideale Gas im Schwerefeld wurde Ω im 3. Bsp, 3. Tutorium berechnet. Benützen Sie für die Entropie $S = k_B \ln \Omega \overset{N\to\infty}{\approx} k_B \ln \Phi$. Berücksichtigen Sie nun, dass die Teilchen ununterscheidbar sind und Φ eine dimensionslose Zahl sein muss. Berechnen Sie die Entropie, die Temperatur und das chemische Potential.

3. **Äquipartitionstheorem**
   Gegeben sei eine Hamiltonfunktion

   $$H = \sum_{i=1}^{X} c_i x_i^2. \tag{1}$$

   x_i kann sowohl für Impuls- als auch für Ortskoordinaten stehen. Zeigen Sie, dass für die kalorische Zustandsgleichung gilt $E = \frac{X}{2} k_B T$. Wie groß ist X für ein ideales Gas bestehend aus N Teilchen in $3D$, wie groß ist es für N nichtwechselwirkende Teilchen gefangen in einem $3D$ harmonischen Potential? **Hinweis:** Benützen sie wieder $S = k_B \ln \Omega \overset{N\to\infty}{\approx} k_B \ln \Phi$.

4. **Vorbereitung auf das kanonische Ensemble**
   Gegeben sei eine normierte Wahrscheinlichkeitsverteilung $\rho(x,y) = \frac{1}{Z} e^{-a[f(x)+by]}$ mit kontinuierlichen reellen Variablen x und y.

   (a) Zeigen Sie, dass der Mittelwert von y geben ist durch

   $$\langle y \rangle = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial b} \ln Z. \tag{2}$$

   (b) Zeigen Sie, dass der Mittelwert von $f(x)$ gegeben ist durch

   $$\langle f(x) \rangle = -\frac{\partial}{\partial a} \ln Z - b\langle y \rangle. \tag{3}$$

Ankreuzbar: 1,2,3,4